# การสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายโดย ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

โดย

นายสิทธิศักดิ์ มหาชัยชนะกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
ปีการศึกษา 2559

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

Ref. code: 25595809030017HIP

# การสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายโดยขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

โดย

นายสิทธิศักดิ์ มหาชัยชนะกุล

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)
ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
ปีการศึกษา 2559

ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

Ref. code: 25595809030017HIP

# CONSTRUCTION OF ROBUST RESPONSE SURFACE DESIGNS AGAINST MISSING DATA BY GENETIC ALGORITHM

BY

MR. SITISAK MAHACHAICHANAKUL

A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS
FOR THE DEGREE OF MASTER OF SCIENCE (APPLIED STATISTICS)
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND STATISTICS
FACULTY OF SCIENCE AND TECHNOLOGY
THAMMASAT UNIVERSITY
ACADEMIC YEAR 2016
COPYRIGHT OF THAMMASAT UNIVERSITY

Ref. code: 25595809030017HIP

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี

วิทยานิพนธ์

ของ

นายสิทธิศักดิ์ มหาชัยชนะกุล

เรื่อง

การสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายโดยขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

ได้รับการตรวจสอบและอนุมัติ ให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร
วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์)

เมื่อ วันที่ 31 กรกฎาคม พ.ศ. 2560

ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ____________________
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. แสงหล้า ชัยมงคล)

กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ____________________
(อาจารย์ ดร. พัทธ์ชนก ศรีสุรเดชชัย)

กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ____________________
(รองศาสตราจารย์ ดร. วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล)

กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ____________________
(อาจารย์ ดร. ธีระวัฒน์ สิมมาจันทร์)

กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ____________________
(ศาสตราจารย์ ดร. จิราวัลย์ จิตรถเวช)

คณบดี ____________________
(รองศาสตราจารย์ ปกรณ์ เสริมสุข)

| | |
|---|---|
| หัวข้อวิทยานิพนธ์ | การสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายโดยขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม |
| ชื่อผู้เขียน | นายสิทธิศักดิ์ มหาชัยชนะกุล |
| ชื่อปริญญา | วิทยาศาสตรมหาบัณฑิต (สถิติประยุกต์) |
| สาขาวิชา/คณะ/มหาวิทยาลัย | ภาควิชาคณิตศาสตร์และสถิติ<br>คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี<br>มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ |
| อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ | อาจารย์ ดร. พัทธ์ชนก ศรีสุรเดชชัย |
| อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม (ถ้ามี) | - |
| ปีการศึกษา | 2559 |

## บทคัดย่อ

ในทางปฏิบัติ ถึงแม้จะมีการวางแผนการทดลองเป็นอย่างดีแล้วก็มีโอกาสที่จะเกิดการสูญหายของข้อมูลได้ ในการศึกษานี้มีจุดประสงค์ที่จะสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองขนาดเล็กที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายสำหรับตัวแบบอันดับที่สอง โดยใช้ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm: GA) ร่วมกับค่าน้อยที่สุดของเกณฑ์พยัญชนะ เช่น ดีและจี ซึ่งจะได้แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหาย แผนแบบที่ได้จาก GA จะถูกเปรียบเทียบกับแผนแบบจากขั้นตอนการแลกเปลี่ยนจุด (Exchange Algorithm: EA) นอกจากนี้ ยังเสนอเกณฑ์สร้างแผนแบบการทดลองที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหายใหม่โดยดัดแปลงเกณฑ์การสร้างด้วยค่ามัธยฐาน (Median: Med) โดยแนวคิดเบื้องหลังคือ ต้องการสร้างแผนแบบที่ได้เกณฑ์ที่อยู่ระหว่างค่าที่เหมาะสมที่สุดและเกณฑ์ที่ดัดแปลงโดยมองในแง่ร้ายอย่างค่า Min $D$ และ Min $G$ จากผลการศึกษาพบว่า ค่าของเกณฑ์ที่เกี่ยวข้องกับดี ($D$) จะมีค่าสูงในแผนแบบที่ได้จากวิธี GA มากกว่า EA สำหรับเกณฑ์จีพบว่าโดยส่วนใหญ่ค่าเกณฑ์ต่างๆของแบบแผนจากวิธี GA และ EA มีค่าแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย สำหรับแผนแบบที่สร้างจากเกณฑ์ Med $D$ จะดีกว่าแผนแบบที่สร้างจาก Min $D$ โดยเฉพาะในแผนแบบเล็ก ๆ และโดยทั่วไป แผนแบบที่สร้างจาก Med $G$ จะดีกว่าแผนแบบที่สร้างจาก $G-$optimal ถึงแม้จำนวนจุดของแผนแบบจะเพิ่มมากขึ้น

**คำสำคัญ:** ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม, แผนแบบพื้นผิวตอบสนอง, ข้อมูลสูญหาย

Ref. code: 25595809030017HIP

| | |
|---|---|
| Thesis Title | CONSTRUCTION OF ROBUST RESPONSE SURFACE DESIGNS AGAINST MISSING DATA BY GENETIC ALGORITHM |
| Author | Mr. Sitisak Mahachaichanakul |
| Degree | Master of Science (APPLIED STATISTICS) |
| Major Field/Faculty/University | Mathematics and Statistics<br>Faculty of Science and Technology<br>Thammasat University |
| Thesis Advisor | Dr. Patchanok Srisuradetchai |
| Thesis Co-Advisor (If any) | - |
| Academic Years | 2016 |

## ABSTRACT

In practice although experimentations are well-planned, there is a chance that the data will be missing. In this study, we aim to generate small optimal robust response surface designs against missing data for a second-order model by using Genetic Algorithm (GA) with the minimum (Min) of alphabetic criteria such as $D-$ and $G-$optimality. The resulting designs will be optimal and robust to a missing point, and they will be compared with ones obtained from Exchange Algorithm (EA) In addition, a median (Med) of alphabetic optimality criteria is newly-proposed to be used as a criterion to construct robust designs. The idea behind of this modification is requiring to compromise between optimality criteria and pessimistic-oriented criteria such as Min $D-$ and Min $G-$optimality. The D criterion and its variants are higher in designs obtained from the GA than the EA. For $G$ criterion, designs generated from GA and EA have a small difference in many criteria. The Med $D-$optimal robust design would be superior to the Min $D-$optimal design especially for a very small design. The Med $G-$optimal robust designs are far better than the $G-$optimal designs although a sample size increases.

Ref. code: 25595809030017HIP

**Keywords:** Experimental designs, Response surface designs, Genetic algorithms, Missing data

Ref. code: 25595809030017HIP

# กิตติกรรมประกาศ

ขอกราบขอบพระคุณ อาจารย์ ดร. พัทธ์ชนก ศรีสุรเดชชัย อาจารย์ที่ปรึกษาของข้าพเจ้าที่ช่วยจุดประกายแนวคิดริเริ่มเกี่ยวกับงาน รวมทั้งให้คำชี้แนะและช่วยแก้ไขปัญหาต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นตลอดงานวิจัยนี้ ขอกราบขอบพระคุณประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร. แสงหล้า ชัยมงคล กรรมการสอบวิทยานิพนธ์ รองศาสตราจารย์ ดร. วราฤทธิ์ พานิชกิจโกศลกุล อาจารย์ ดร. ธีระวัฒน์ สิมมาจันทร์ และผู้ทรงคุณวุฒิภายนอก ศาสตราจารย์ ดร. จิราวัลย์ จิตรถเวช ที่ได้ให้คำแนะนำและแนวทางแก้ไขวิทยานิพนธ์ให้สมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบคุณโครงการทุนเรียนดีวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย (Science Achievement Scholarship Of Thailand) ที่สนับสนุนค่าเล่าเรียนตลอดจนค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้อง

สุดท้ายนี้ขอขอบคุณครอบครัวและเพื่อน ๆ ของข้าพเจ้าที่สนับสนุนและให้กำลังใจในการทำงานตลอดจนกระทั่งวิทยานิพนธ์เล่มนี้เสร็จสมบูรณ์

นายสิทธิศักดิ์ มหาชัยชนะกุล

# สารบัญ


| | หน้า |
|---|---|
| บทคัดย่อภาษาไทย | (1) |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ | (2) |
| กิตติกรรมประกาศ | (4) |
| สารบัญตาราง | (8) |
| สารบัญภาพ | (9) |
| บทที่ 1 บทนำ | 1 |
| 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ | 1 |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย | 7 |
| 1.3 ขอบเขตการศึกษา | 7 |
| 1.3.1 เกณฑ์วัดประสิทธิภาพแผนแบบที่สร้างด้วยเกณฑ์แบบดี | 8 |
| 1.3.1.1 $D-$efficiency | 8 |
| 1.3.1.2 Min $D-$efficiency | 8 |
| 1.3.1.3 Med $D-$efficiency | 9 |
| 1.3.1.4 Leave-one-out $D-$efficiency | 9 |
| 1.3.2 เกณฑ์วัดวัดประสิทธิภาพแผนแบบที่สร้างด้วยเกณฑ์แบบจี | 10 |
| 1.3.2.1 $G-$efficiency | 10 |
| 1.3.2.2 Min $G-$efficiency | 11 |
| 1.3.2.3 Med $G-$efficiency | 11 |
| 1.3.2.4 Leave-one-out $G-$efficiency | 12 |
| 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ | 12 |


Ref. code: 25595809030017HIP

บทที่ 2 วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง 13

2.1 ระเบียบวิธีพื้นผิวตอบสนอง 13
2.1.1 การแปลงค่าตัวแปรใน RSM 16
2.1.2 คุณสมบัติของแผนแบบอันดับที่สองที่ดี 17
2.2.1 แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบพยัญชนะ
(Alphabetic Optimal Designs) 17
2.2.1 $D-$optimality 19
2.2.2 $G-$optimality 20
2.3 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับค่าสูญหาย 21
2.4 ขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด (Point-Exchange Algorithm) 24
2.4.1 ขั้นตอนการสร้างแผนแบบเริ่มต้น 24
2.4.2 ขั้นตอนในการแลกเปลี่ยนจุด 25
2.5 ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm: GA) 26

บทที่ 3 วิธีการวิจัย 29

3.1 เกณฑ์การสร้างแผนแบบที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงโดยใช้ค่ามัธยฐาน 29
3.1.1 Med $D-$optimality 29
3.1.2 Med $G-$optimality 30
3.2 ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm: GA) 31
3.2.1 ขั้นตอนการสร้างโครโมโซมชุดตั้งต้น (Initiation) 31
3.2.2 ขั้นตอนการเลือกคู่โครโมโซม (Selection) 32
3.2.2.1 การเลือกคู่โครโมโซมที่ดีที่สุด 32
3.2.2.2 การเลือกคู่โครโมโซมที่ใช้ในการสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่ 32
3.2.3 ขั้นตอนการสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่ (Reproduction) 33
3.2.3.1 การแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างโครโมโซม (Crossover) 33
3.2.3.2 การกลายพันธุ์ของโครโมโซม (Mutation) 40
3.2.4 ขั้นตอนตรวจสอบค่าประสิทธิภาพ (Convergence checking) 48

Ref. code: 25595809030017HIP

3.3 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ในวิธีการจำลอง 49
3.3.1 การกำหนดขนาดของแผนแบบที่ต้องการศึกษา 49
3.3.2 การกำหนดจำนวนจุดที่เป็นไปได้ในการคำนวณค่า SPV 49
3.3.2.1 จุดที่เป็นไปได้สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k = 2$ 50
3.3.2.2 จุดที่เป็นไปได้สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k = 3$ 50
3.3.3 การกำหนดขอบเขตเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม 51

บทที่ 4 ผลการวิจัยและอภิปรายผล 53

4.1 การเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีในการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายด้วยเกณฑ์แบบดีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุด 53
4.2 การเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีในการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายด้วยเกณฑ์แบบจีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุด 59
4.3 การเปรียบเทียบเกณฑ์สร้างแผนแบบแบบดีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่ามัธยฐานกับเกณฑ์อื่น 64
4.4 การเปรียบเทียบเกณฑ์สร้างแผนแบบแบบจีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่ามัธยฐานกับเกณฑ์อื่น 70

บทที่ 5 สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ 76

5.1 การเปรียบเทียบแผนแบบที่สร้างจาก GA กับ EA 76
5.2 การเลือกใช้แผนแบบในสถานการณ์ต่าง ๆ 76
5.3 เกณฑ์วัดผลกับจำนวนจุดทศนิยม 79

รายการอ้างอิง 82
ภาคผนวก

ภาคผนวก ก 87

ประวัติผู้เขียน 99

Ref. code: 25595809030017HIP

# สารบัญตาราง

ตารางที่ หน้า

4.1 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก EA และ GA 55

4.2 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก EA และ GA 56

4.3 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก EA และ GA 60

4.4 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก EA และ GA 61

4.5 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$, Med $D-$ และ $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก GA 66

4.6 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$, Med $D-$ และ $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก GA 69

4.7 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$, Med $G-$ และ $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก GA 72

4.8 เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$, Med $G-$ และ $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก GA 75

5.1 ค่าเกณฑ์แบบดีเมื่อลดจำนวนจุดทศนิยมของจุดของแผนแบบแบบดีที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ ขนาด $N=7$ 80

5.2 ค่าเกณฑ์แบบจีเมื่อลดจำนวนจุดทศนิยมของจุดของแผนแบบแบบจีที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ ขนาด $N=7$ 81

Ref. code: 25595809030017HIP

## สารบัญภาพ


| ภาพที่ | หน้า |
|---|---|
| 1.1 แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบจีที่มี $N=7$ $k=2$ | 5 |
| 2.1 ลักษณะของขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด 1 ตัวแปร | 26 |
| 2.2 ลักษณะของขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม | 28 |
| 3.1 จุดที่เป็นไปได้ที่ใช้ในการคำนวณค่า SPV หรือ $x^{(m)}$ สำหรับสร้างแผนแบบที่มี $k=2$ | 50 |
| 3.2 จุดที่เป็นไปได้ที่ใช้ในการคำนวณค่า SPV หรือ $x^{(m)}$ สำหรับสร้างแผนแบบที่มี $k=3$ | 51 |
| 4.1 $N=7$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by EA | 57 |
| 4.2 $N=7$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by GA | 57 |
| 4.3 $N=8$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by EA | 57 |
| 4.4 $N=8$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by GA | 57 |
| 4.5 $N=9$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by EA | 58 |
| 4.6 $N=9$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by GA | 58 |
| 4.7 $N=10$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by EA | 58 |
| 4.8 $N=10$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by GA | 58 |
| 4.9 $N=7$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by EA | 62 |
| 4.10 $N=7$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by GA | 62 |
| 4.11 $N=8$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by EA | 62 |
| 4.12 $N=8$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by GA | 62 |
| 4.13 $N=9$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by EA | 63 |
| 4.14 $N=9$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by GA | 63 |
| 4.15 $N=10$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by EA | 63 |
| 4.16 $N=10$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by GA | 63 |
| 4.17 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดี ($D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$ | 64 |
| 4.18 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$ | 65 |


Ref. code: 25595809030017HIP

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่ หน้า

4.19 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดี (Med $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$ 65

4.20 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดี ($D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$ 67

4.21 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$ 68

4.22 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดี (Med $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$ 68

4.23 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี ($G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$ 70

4.24 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Min $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$ 71

4.25 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี (Med $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$ 71

4.26 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี ($G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$ 73

4.27 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Min $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$ 74

Ref. code: 25595809030017HIP

## สารบัญภาพ (ต่อ)

ภาพที่ หน้า

4.28 กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี (Med $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$ 74

5.1 การเลือกใช้แผนแบบจากผลลัพธ์ของงานวิจัย 78

Ref. code: 25595809030017HIP

# บทที่ 1
# บทนำ

## 1.1 ความเป็นมาและความสำคัญ

แผนแบบพื้นผิวตอบสนอง (Response Surface Design) เป็นแผนแบบการออกแบบการทดลองที่ถูกใช้เพื่อออกแบบ พัฒนาและสร้างผลิตภัณฑ์ใหม่ รวมไปถึงเพื่อพัฒนาผลิตภัณฑ์ที่มีอยู่แล้วให้เหมาะสมกับปัจจัยต่าง ๆ ในหลายงานวิจัยทางด้านอุตสาหกรรม แผนแบบนี้จะประกอบด้วยตัวแปรอิสระที่ทำให้ค่าตอบสนองหนึ่งหรือหลายค่ามีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดตามความสนใจ การใช้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองจะใช้ได้ก็ต่อเมื่อการออกแบบการทดลองเข้าสู่ช่วงสุดท้ายดังต่อไปนี้ ขั้นแรกผู้วิจัยคัดเลือกตัวแปรอิสระที่สนใจจากกลุ่มตัวแปรขนาดใหญ่ด้วยแผนแบบที่ใช้หน่วยทดลองน้อย ๆ เช่น แผนแบบแฟกทอเรียลบางส่วน (Fractional Factorial Design) หลังจากนั้นทำการทดลองเพื่อหาอาณาบริเวณที่พัฒนาค่าตอบสนอง ช่วงนี้เราจะใช้วิธีการออกแบบการทดลองเพื่อให้ได้ค่าที่ดีที่สุดแบบเป็นขั้นเป็นตอนเช่น วิธีไต่ระดับความชัน (Steepest Ascent) จากนั้นใช้ตัวแบบอันดับที่หนึ่ง (First-order Model) ในการทดสอบความไม่เหมาะสม (Lack-of-fit Test) ของส่วนโค้ง (Curvature) หากทดสอบแล้วไม่ปฏิเสธอาณาบริเวณที่ทดสอบ แสดงว่ายังมีอาณาบริเวณของการทดลองอื่น ๆ ที่ดีกว่า ให้ปรับค่าตัวแปรใหม่และทำขั้นตอนทดสอบใหม่ซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะปฏิเสธสมมติฐาน และช่วงสุดท้ายหลังสิ้นสุดการทดสอบ เมื่อได้อาณาบริเวณที่คาดว่ามีค่าตอบสนองที่ดีที่สุดอยู่ภายใต้อาณาบริเวณนั้นแล้วจะใช้ตัวแบบอันดับที่สอง (Second-order Model) เพื่อประมาณรูปแบบความสัมพันธ์ที่แท้จริงของตัวแปร ซึ่งขั้นตอนนี้เองที่จะใช้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองเข้ามาเกี่ยวข้อง

ตัวแบบยอดนิยมที่สำหรับใช้ประมาณความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่างค่าตอบสนองและตัวแปรตามที่สนใจคือตัวแบบอันดับที่สอง (Second-order Model) เพราะพื้นผิวการประมาณจากตัวแบบสามารถอธิบายจุดสูงสุด ต่ำสุดและจุดอานม้าได้ อีกทั้งอาณาบริเวณของการทดลองที่สนใจมักมีขนาดเล็กเพียงพอกับการใช้ตัวแบบอันดับที่สองเป็นฟังก์ชันที่ใช้ในการประมาณ (Myers et al., 2009) ตัวแบบอันดับที่สองเป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีรูปแบบคือ

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k} \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{k} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad (1.1)$$

เมื่อ $y$ คือ ค่าตอบสนอง

$x_i$ คือ ตัวแปรอิสระที่ $i$ เมื่อ $i = 1,2,...,k$

$\beta_0$ คือ ค่าคงที่

$\beta_i$ คือ สัมประสิทธิ์พารามิเตอร์ที่ $i$ เมื่อ $i = 1,2,...,k$

$\beta_{ii}$ คือ สัมประสิทธิ์กำลังสองของพารามิเตอร์ที่ $i$ เมื่อ $i = 1,2,...,k$

$\beta_{ij}$ คือ สัมประสิทธิ์ปฏิสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ที่ $i$ และ $j$

เมื่อ $i = 1,2,...,k,\ j = 1,2,...,k,\ j > i$

$\varepsilon$ คือ ความคลาดเคลื่อนสุ่ม

$k$ คือ จำนวนตัวแปรอิสระ

ตัวแบบนี้มีจำนวนพารามิเตอร์เท่ากับ $p = (k+1)(k+2)/2$

รูปทั่วไปของตัวแบบเชิงเส้นที่มีพารามิเตอร์จำนวน $p$ และมีจุดของแผนแบบจำนวน $N$ จุดสามารถเขียนในรูปแบบเมทริกซ์คือ

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{1.2}$$

โดยที่ $\boldsymbol{\beta}$ คือเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยและเมทริกซ์ $\mathbf{X}$ มีรูปแบบคือ

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} & x_{11}x_{12} & \cdots & x_{1(k-1)}x_{1k} & x_{11}^2 & \cdots & x_{1k}^2 \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} & x_{21}x_{22} & \cdots & x_{2(k-1)}x_{2k} & x_{21}^2 & \cdots & x_{2k}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{N1} & \cdots & x_{Nk} & x_{N1}x_{N2} & \cdots & x_{N(k-1)}x_{Nk} & x_{N1}^2 & \cdots & x_{Nk}^2 \end{bmatrix}_{N \times p}$$

$\mathbf{X}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบ (Model Matrix) ขนาด $N \times p$ โดยที่ $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ และจะได้ $\mathrm{var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}$ และ $\mathrm{Var}[\hat{y}(\mathbf{x})] = \sigma^2\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}}(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}^{(m)}$ การสร้างแผนแบบในงานวิจัยนี้คือการสร้างเมทริกซ์แผนแบบ $\mathbf{D}$ ที่มีจำนวนจุดของแผนแบบ $N$ จุดและจำนวนตัวแปรอิสระ $k$ ตัว และนำไปสร้างเป็นเมทริกซ์ตัวแบบ $\mathbf{X}$ เพื่อใช้ในคำนวณค่าเกณฑ์วัดความเหมาะสม

Ref. code: 25595809030017HIP

ของแผนแบบเช่น เกณฑ์แบบดี ( $D-$efficiency) หรือเกณฑ์แบบจี ( $G-$efficiency) เป็นต้น ในที่นี้ เมทริกซ์แผนแบบ $\mathbf{D}$ มีรูปแบบคือ

$$\mathbf{D}=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nk} \end{bmatrix}_{N\times k}$$

เกณฑ์ที่ใช้วัดความเหมาะสมของแผนแบบการทดลองเรียกโดยรวมว่า Alphabetic Optimality Criteria (Myers et al., 2009) เกณฑ์ดังกล่าวมี 2 ประเภทคือเกณฑ์ที่สนใจไปที่การประมาณค่าที่ดีของพารามิเตอร์ในตัวแบบและเกณฑ์ที่สนใจค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ สำหรับเกณฑ์ที่สนใจการประมาณค่าที่ดีของพารามิเตอร์ในตัวแบบที่รู้จักและถูกนำไปใช้มากที่สุดคือเกณฑ์ $D-$optimality เป็นเกณฑ์ที่มีแนวคิดว่าการออกแบบการทดลองที่ดีควรมีคุณสมบัติบางประการของเมทริกซ์โมเมนต์ (Moment Matrix) $\mathbf{M}=(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})/N$ ซึ่งมีค่าดีเทอมิแนนต์คือ $|\mathbf{M}|=|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}|/N^{p}$ จากข้อตกลงเบื้องต้นที่ค่าความคลาดเคลื่อนสุ่มแจกแจงแบบปกติโดยมีความแปรปรวนเป็นค่าคงที่ได้ค่าประสิทธิภาพ (Efficiency) ของเกณฑ์นี้คือ $D-$efficiency และมีรูปแบบดังสมการ (1.3)

$$D-\text{efficiency}=\left(\frac{|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}|}{N^{p}}\right)^{1/p}\times 100=\frac{|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}|^{1/p}}{N}\times 100 \qquad (1.3)$$

ค่าดีเทอมิแนนต์ของเมทริกซ์ข้อมูลซึ่งเป็นตัวเศษของ $D-$efficiency นั้นแปรผกผันกับค่าความแปรปรวนของตัวประมาณพารามิเตอร์ดังสมการ (1.4)

$$\operatorname{var}(\hat{\boldsymbol{\beta}})\propto\frac{1}{|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}|} \qquad (1.4)$$

ดังนั้นแผนแบบที่มีค่า $D-$efficiency สูงคือแผนแบบที่สามารถในการประมาณ $\boldsymbol{\beta}$ ได้ดีนั่นเอง

สำหรับเกณฑ์ที่สนใจค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ เกณฑ์ที่ใช้คือเกณฑ์ $G-$optimality เป็นเกณฑ์ที่ใช้ค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ที่ปรับแล้ว มีจุดที่เป็นไปได้ทั้งหมด $\mathbf{x}^{(m)}$ บ่งบอกถึงตำแหน่งในพื้นที่ของแผนแบบ (Design Space) ดังสมการ (1.5)

Ref. code: 25595809030017HIP

$$\upsilon(\mathbf{x}) = \frac{N\mathrm{Var}[\hat{y}(\mathbf{x})]}{\sigma^2} = N\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}^{(m)} = \mathrm{SPV(x)} \qquad (1.5)$$

เกณฑ์ $G-$optimality นี้สนใจแผนแบบที่ให้ค่าสูงสุดของ $\upsilon(\mathbf{x})$ หรือ Max SPV ที่มีค่าต่ำที่สุดจากทุกแผนแบบที่เป็นไปได้เพื่อป้องกันไม่ให้เกิดกรณีที่แย่ที่สุดของค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ ค่าประสิทธิภาพของเกณฑ์นี้คือ $G-$efficiency มีรูปแบบดังสมการ (1.6)

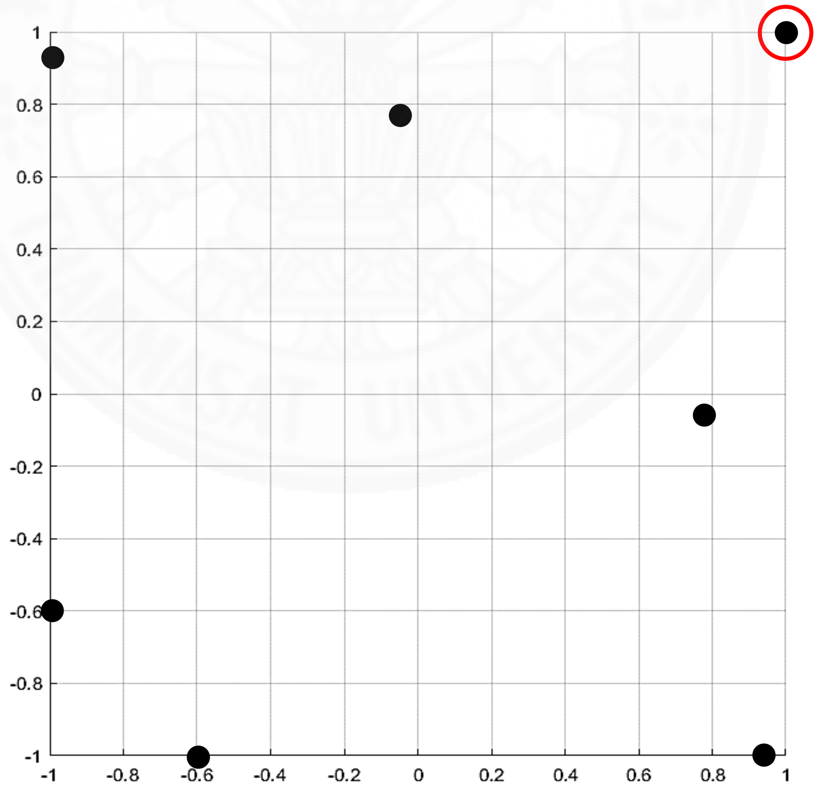
$$G-\text{efficiency}=\frac{p}{\max\limits_{\mathrm{x}\in\chi}\mathrm{SPV(x)}}\times 100 \qquad (1.6)$$

แนวคิดของค่าข้อมูลสูญหายในการปฏิบัติงานจริงกล่าวว่า แม้แต่การทดลองที่มีการวางแผนเป็นอย่างดีก็มีโอกาสที่จะเกิดการสูญหายของข้อมูล หรือในทำนองเดียวกัน ค่าตอบสนองที่เป็นผลลัพธ์จากการทดลองในบางครั้งก็มีโอกาสที่ถูกพบภายหลังว่าเป็นค่าที่ไม่ถูกต้อง ค่าสังเกตหรือค่าตอบสนองดังกล่าวอาจเรียกได้ว่าเป็นค่าข้อมูลสูญหาย MacEachern et al. (1995) กล่าวถึงหลายสาเหตุของการสูญหายของค่าสังเกต เช่น การสูญเสียหน่วยทดลองไปจากการเสียหายของอุปกรณ์ที่ใช้ทดลอง การยกเลิกการทดลองที่ใช้เวลาการทำงานนานเกินไป การสร้างข้อมูลที่ลงรหัสและทำให้เกิดการเข้าใจผิด ไม่สามารถติดตามค่าจริงของข้อมูลได้ ในด้านเคมีอุตสาหกรรมสารประกอบทางเคมีบางอย่างนั้นอันตรายและไม่สามารถเก็บค่าตอบสนองได้ หรือในด้านนิเวศวิทยาที่ในบางครั้งสิ่งที่ต้องการทดลองถูกกินหรือถูกทำลายไปโดยสิ่งมีชีวิตอื่น สำหรับในงานวิจัยเกี่ยวกับค่าสูญหาย Akhtar and Prescott (1986) กล่าวว่าความเสี่ยงของการสูญเสียค่าสังเกตนั้นไม่สามารถเพิกเฉยได้ในทางปฏิบัติ แผนแบบการทดลองที่ใช้อาจไม่ใช่แผนแบบทดลองที่เหมาะที่สุดสำหรับเกณฑ์หนึ่งแต่เป็นแผนแบบการทดลองที่แกร่งต่อการสูญหายของข้อมูลแทน

ส่วนหนึ่งของงานวิทยานิพนธ์ของ Srisuradetchai (2015) เสนอเกณฑ์ในการวัดความแกร่งของแผนแบบพื้นผิวตอบสนองต่อค่าข้อมูลสูญหายโดยใช้ค่าน้อยที่สุด เกณฑ์ที่ใช้คือ Min $D-$efficiency ซึ่งโดยทั่วไปเกณฑ์ $D-$efficiency เป็นค่าดีเทอมิแนนต์ (Determinant) ของ Information Matrix $\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}$ แต่สำหรับเกณฑ์ที่ Srisuradetchai เสนอจะคำนวณโดยสมมติให้จุดหนึ่งของแผนแบบการทดลองขนาด $N$ เป็นจุดที่สูญหาย แล้วคำนวณเกณฑ์ $D-$efficiency จากแผนแบบขนาด $N-1$ จากนั้นสมมติให้จุดอื่นเป็นจุดสูญหายและคำนวณเกณฑ์ $D-$efficiency จากแผนแบบขนาด $N-1$ จนครบทั้งหมด $N$ จุด และให้เกณฑ์ที่มีค่าน้อยที่สุดจากทั้งหมด $N$ ค่าเป็นเกณฑ์บ่งบอกว่าแผนแบบนั้นแกร่งต่อการสูญหายของค่าสังเกต

แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่นิยมใช้ในงานวิจัยเช่นแผนแบบการทดลองแบบประสมกลาง (Central Composite Designs: CCDs) มีหลายกรณีที่แผนแบบมีค่า Min $D-$efficiency $=0$ เช่นแผนแบบ CCD ขนาด $N=9$ สำหรับจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่มีจุดกึ่งกลาง (Center point) 1 จุดและมีจุดตามแกน (Axial point) ที่ $\alpha=\sqrt{2}$ แผนแบบนี้มีค่า $D-$efficiency $=62.854$ แต่มีค่า Min $D-$efficiency $=0$ เมื่อจุดกึ่งกลางเป็นจุดสูญหาย

อีกกรณีคือสำหรับแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบจี ($G-$optimal Exact Design) จากงานวิจัยของ Borkowski (2003) เมื่อแผนแบบมีขนาด $N=7$ สำหรับจำนวนตัวแปร $k=2$ ได้ค่า $D-$efficiency $=39.655$ และมีค่า Min $D-$efficiency $=0$ เมื่อจุดสูญหายคือจุด $(1,1)$ ดังภาพที่ 1.1 การที่แผนแบบการทดลองทั้ง 2 แผนแบบข้างต้นมีค่า Min $D-$efficiency $=0$ เกิดจากการที่แผนแบบขนาด $N-1$ มีค่า $|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}|=0$ และทำให้ไม่สามารถใช้ประมาณพารามิเตอร์ได้ กรณีดังกล่าวถือว่าเป็นกรณีที่จุดที่สำคัญที่สุดเกิดการสูญหายและจำเป็นต้องสร้างแผนแบบที่แกร่งต่อการสูญหายของค่าสังเกตเพื่อใช้เป็นแผนแบบใหม่ในทางปฏิบัติ




**ภาพที่ 1.1** แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบจีที่มี $N=7$ และ $k=2$

Ref. code: 25595809030017HIP

Srisuradetchai (2015) ยังสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหาย (Robust Exact Response Surface Designs) จากเกณฑ์ Alphabetic Optimality แบบดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุดประกอบด้วยเกณฑ์ Min $D-$, Min $A-$, Min $G-$ และ Min $IV-$ ร่วมกับขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด (Point-Exchange Algorithm: EA) โดยให้จุดของแผนแบบที่เป็นไปได้ในขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุดคือ $\{-1,-0.9,\ldots,0,\ldots,0.9,1\}^k$ ได้จุดของแผนแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมด 441 จุดและ 9,261 จุดสำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ และ $k=3$ ตามลำดับ เมื่อสร้างแผนแบบขนาดเดียวกันทั้งหมด 20 ครั้งเพื่อให้ได้แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบดีที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหาย ($D-$optimal Robust Exact Designs) พบว่าแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ ใช้เวลาในการสร้างเพียง 15 – 20 นาทีเมื่อใช้โปรแกรม Matlab (MATLAB, R2014a) แต่สำหรับแผนแบบที่มีตัวแปร $k=3$ นั้น เวลาที่ใช้ในการสร้างแผนแบบด้วยโปรแกรม Matlab เพิ่มขึ้นเป็น 9 – 12 ชั่วโมงและใช้เวลาในการสร้างแผนแบบนานถึง 2 วันหากใช้โปรแกรม R ทั้งนี้เป็นเพราะจำนวนจุดที่เป็นไปได้ที่เพิ่มขึ้นแบบเลขยกกำลังนั่นเอง นอกจากนี้เวลาที่ใช้ในการสร้างแผนแบบจะยิ่งมากขึ้นไปอีกสำหรับแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบจี ($G-$optimal Exact Designs) เพราะต้องหาค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ที่ปรับแล้ว (The Scaled Prediction Variances: SPVs) ที่สูงที่สุดเพื่อใช้คำนวณเกณฑ์ $G-$efficiency ของแผนแบบ ค่า SPV นี้คำนวณจากทุกจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบซึ่งแท้จริงแล้วมีจำนวนจุดนับไม่ถ้วน ดังนั้นสำหรับการสร้างแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบจีที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหาย ($G-$optimal Robust Exact Designs) จะใช้เวลาสร้างแผนแบบมากกว่าแผนแบบแบบดีเป็นอย่างมาก

เนื่องจากการสร้างแผนแบบโดยขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุดที่มีจุดที่เป็นไปได้เป็นจุดแบบไม่ต่อเนื่องจะใช้เวลาในการสร้างแผนแบบนานมาก จึงจะใช้ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic algorithm: GA) มาใช้สร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่แกร่งต่อการสูญหายของค่าสังเกตแทน ข้อดีของขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมบางประการถูกกล่าวไว้ในหนังสือของ Goldberg (1989) เช่น ให้ค่าความเหมาะสมที่สุดได้จากทั้งตัวแปรแบบต่อเนื่องและตัวแปรแบบไม่ต่อเนื่อง สามารถค้นหาค่าที่ต้องการพร้อมกันหลายชุดจากพื้นผิวที่กำหนด สามารถแปลงค่าตัวแปรเพื่อให้การค่าที่เหมาะสมที่สุดมาจากตัวแปรที่ถูกแปลงค่า และสามารถใช้กับข้อมูลจากวิธีการเชิงตัวเลข ข้อมูลจากการทดลองหรือจากฟังก์ชันสำหรับการวิเคราะห์ข้อมูล เป็นต้น

แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหายที่สร้างขึ้นจาก Srisuradetchai (2015) อาจเรียกได้ว่าเป็นแผนแบบที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหายที่จุดสำคัญที่สุดและอาจเรียกได้ว่าเป็นแผนแบบที่สร้างโดยคำนึงถึงสถานการณ์ที่เลวร้ายที่สุดเมื่อเกิดข้อมูลสูญหาย อีกทั้งแผนแบบดังกล่าวยังมีค่าประสิทธิภาพของแผนแบบโดยทั่วไปต่ำ ดังนั้นในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะมีการใช้ค่ามัธยฐานของ

ค่าประสิทธิภาพของแผนแบบเพื่อใช้ในการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหาย เมื่อจุดที่สูญหายเป็นจุดใด ๆ ในแผนแบบด้วย

**1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย**

1.2.1 เพื่อใช้ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายโดยใช้เกณฑ์ $D-$optimal และ $G-$optimal

1.2.2 เพื่อพัฒนาเกณฑ์มัธยฐานของเกณฑ์ $D-$optimal และ $G-$optimal ในการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหาย

1.2.3 เพื่อเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่สร้างโดยใช้ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม กับที่สร้างโดยใช้ขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด โดยใช้เกณฑ์ $D-$optimal และ $G-$optimal ที่ได้ดัดแปลงใช้ค่าน้อยที่สุดและค่ามัธยฐานเป็นเกณฑ์

**1.3 ขอบเขตการศึกษา**

โปรแกรมที่ใช้สร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายคือโปรแกรม Matlab (MATLAB, เวอร์ชัน R2014a) กำหนดให้แผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ มีจำนวนจุดของแผนแบบการทดลองคือ $N=7,8,9,10$ และให้แผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ มีจำนวนจุดของแผนแบบการทดลองคือ $N=11,12,13$ สร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายทั้งหมด 4 รูปแบบคือ Min $D-$, Min $G-$, Med $D-$ และ Med $G-$optimal robust exact designs

การกำหนดค่าในขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม จะกำหนดให้จำนวนโครโมโซมเริ่มต้นเท่ากับ 80 โครโมโซม กำหนดให้จำนวนรุ่นของโครโมโซมสูงสุดเท่ากับ 18,000 และ 21,000 รุ่น สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 และ 3 ตัวแปรตามลำดับ กำหนดจำนวนรุ่นที่ได้ค่าประสิทธิภาพที่สนใจสูงสุดซ้ำกันเท่ากับ 6,000 รุ่น และกำหนดให้หยุดขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมเมื่อค่าประสิทธิภาพระหว่างแต่ละรุ่นของโครโมโซมแตกต่างกันน้อยกว่าหรือเท่ากับ $10^{-4}$

การเปรียบเทียบแผนแบบจะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนที่ 1 จะเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีสร้างแผนแบบที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่สร้างด้วยเกณฑ์ที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุดระหว่าง GA กับ EA และส่วนที่ 2 คือการเปรียบเทียบแผนแบบที่สร้างจากเกณฑ์วัดความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงใหม่โดยใช้ค่ามัธยฐาน กับแผนแบบที่เหมาะสมที่สุดโดยทั่วไปและแผนแบบที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่จุดสำคัญที่สุด การเปรียบเทียบแผนแบบพื้นผิวตอบสนองจะใช้เกณฑ์

Ref. code: 25595809030017HIP

การวัดประสิทธิภาพแยกกันระหว่างแผนแบบที่สร้างด้วยเกณฑ์แบบดีและแบบจี มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**1.3.1 เกณฑ์วัดประสิทธิภาพแผนแบบที่สร้างด้วยเกณฑ์แบบดี**

สำหรับแผนแบบที่สร้างด้วยเกณฑ์แบบดี มีเกณฑ์ในการวัดเปรียบเทียบแผนแบบประกอบด้วยเกณฑ์ $D-$efficiency, Min $D-$efficiency, Med $D-$efficiency และ Leave-one-out $D-$efficiency โดยแต่ละเกณฑ์มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

**1.3.1.1 $D-$efficiency**

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ที่ต้องการแผนแบบที่มีค่า $\left|(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\right|$ ที่ต่ำที่สุดหรือก็คือแผนแบบที่มีค่าค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ (Generalized Variance) $|\operatorname{var}(\hat{\beta})|$ ที่ต่ำที่สุด การทำให้ค่าข้างต้นดังกล่าวต่ำที่สุดนั้นต้องทำให้ $\left|\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right|$ มีค่าสูงสุด มีเกณฑ์วัดประสิทธิภาพดังนี้

$$D-\text{efficiency}=\frac{\left|\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right|^{1/p}}{N}\times 100$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร และ $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ ในงานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดี (Wald, 1943)

**1.3.1.2 Min $D-$efficiency**

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ในการวัดค่าน้อยที่สุดของเกณฑ์ $D-$efficiency สำหรับแผนแบบที่มีค่าข้อมูลสูญหายเพื่อใช้เป็นค่าความแกร่งของแผนแบบเมื่อจุดที่สำคัญที่สุดของแผนแบบเกิดการสูญหาย โดยสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบที่มีขนาดเหลือ $N-1$ มาวัดเกณฑ์ $D-$efficiency ตามปกติ และนำเกณฑ์ที่มีค่าน้อยที่สุดจากจำนวน $N$ ค่าเป็นเกณฑ์วัดประสิทธิภาพ นั่นคือ

Ref. code: 25595809030017HIP

$$\text{Min } D-\text{efficiency}= \min_{\mathbf{x}_i \in \Theta} \frac{\left| \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}} \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i} \right|^{1/p}}{N-1} \times 100$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ ในงานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Srisuradetchai, 2015)

### 1.3.1.3 Med $D-$efficiency

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ในการวัดค่ามัธยฐานของเกณฑ์ $D-$efficiency สำหรับแผนแบบที่มีค่าข้อมูลสูญหายเพื่อใช้เป็นค่าความแกร่งของแผนแบบเมื่อจุดใด ๆ ของแผนแบบสูญหายเพียงหนึ่งจุด โดยสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบเหลือขนาด $N-1$ มาวัดเกณฑ์ $D-$efficiency ตามปกติ และหาค่ามัธยฐานของเกณฑ์จำนวน $N$ ค่า ได้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพเป็นดังนี้

$$\text{Med } D-\text{efficiency}= \operatorname*{med}_{\mathbf{x}_i \in \Theta} \frac{\left| \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}} \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i} \right|^{1/p}}{N-1} \times 100$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ ในงานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดี

### 1.3.1.4 Leave-one-out $D-$efficiency

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ในการวัดค่าเฉลี่ยของเกณฑ์ $D-$efficiency สำหรับแผนแบบที่มีค่าข้อมูลสูญหาย โดยสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบเหลือขนาด $N-1$ มาวัดเกณฑ์

$D-$efficiency ตามปกติ และหาค่าเฉลี่ยของเกณฑ์จำนวน $N$ ค่า ได้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพเป็นดังนี้

$$\text{Leave}-\text{one}-\text{out } D-\text{efficiency}=\underset{\mathbf{x}_i\in\Theta}{\text{mean}}\frac{\left|\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}\right|^{1/p}}{N-1}\times 100$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ ในงานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าค่าเฉลี่ยของเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งจุดแบบดี (Srisuradetchai, 2015)

### 1.3.2 เกณฑ์วัดประสิทธิภาพแผนแบบที่สร้างด้วยเกณฑ์แบบจี

แผนแบบที่สร้างด้วยเกณฑ์แบบจีมีเกณฑ์ในการวัดเปรียบเทียบแผนแบบประกอบด้วยเกณฑ์ $G-$efficiency, Min $G-$efficiency, Med $G-$efficiency และ Leave-one-out $G-$efficiency โดยแต่ละเกณฑ์มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 1.3.2.1 $G-$efficiency

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ที่ต้องการแผนแบบที่มีค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ที่ปรับแล้ว (SPVs) ต่ำที่สุด ซึ่ง $\text{SPV}(\mathbf{x})=N\mathbf{x}^{(m)^{\text{T}}}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}^{(m)}$ และ $p$ มีค่าเท่ากับขอบเขตล่างของค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์สูงสุด ดังนั้นเกณฑ์วัดประสิทธิภาพเป็นดังนี้

$$G-\text{efficiency}=\frac{p}{\max\limits_{\mathbf{x}\in\chi} N\mathbf{x}^{(m)^{\text{T}}}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}^{(m)}}\times 100$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}^{(m)}$ คือจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบ $\chi$ ใน

Ref. code: 25595809030017HIP

งานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี (Smith, 1918)

**1.3.2.2 Min $G-$efficiency**

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ในการวัดค่าน้อยที่สุดของเกณฑ์ $G-$efficiency สำหรับแผนแบบที่มีค่าข้อมูลสูญหายเพื่อใช้เป็นค่าความแกร่งของแผนแบบเมื่อจุดที่สำคัญที่สุดของแผนแบบเกิดการสูญหาย โดยสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบที่มีขนาดเหลือ $N-1$ มาวัดเกณฑ์ $G-$efficiency ตามปกติ และนำเกณฑ์ที่มีค่าน้อยที่สุดจากจำนวน $N$ ค่าเป็นเกณฑ์วัดประสิทธิภาพ นั่นคือ

$$\text{Min } G-\text{efficiency} = \min_{\mathbf{x}_i \in \Theta} \frac{p}{\max\limits_{\mathrm{x}\in\chi} (N-1)\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}} (\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}} \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i})^{-1} \mathbf{x}^{(m)}} \times 100$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}^{(m)}$ คือจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบ $\chi$ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ ในงานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Srisuradetchai, 2015)

**1.3.2.3 Med $G-$efficiency**

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ในการวัดค่ามัธยฐานของเกณฑ์ $G-$efficiency สำหรับแผนแบบที่มีค่าข้อมูลสูญหายเพื่อใช้เป็นค่าความแกร่งของแผนแบบเมื่อจุดใด ๆ ของแผนแบบสูญหายเพียงหนึ่งจุด โดยสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบเหลือขนาด $N-1$ มาวัดเกณฑ์ $G-$efficiency ตามปกติ และหาค่ามัธยฐานของเกณฑ์จำนวน $N$ ค่า ได้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพเป็นดังนี้

$$\text{Med } G-\text{efficiency} = \operatorname*{med}_{\mathbf{x}_i \in \Theta} \frac{p}{\max\limits_{\mathrm{x}\in\chi} (N-1)\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}} (\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}} \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i})^{-1} \mathbf{x}^{(m)}} \times 100$$

Ref. code: 25595809030017HIP

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}^{(m)}$ คือจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบ $\chi$ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ ในงานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี

### 1.3.2.4 Leave-one-out $G-$efficiency

เกณฑ์นี้มีจุดประสงค์ในการวัดค่าเฉลี่ยของเกณฑ์ $G-$efficiency สำหรับแผนแบบที่มีค่าข้อมูลสูญหาย โดยสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบเหลือขนาด $N-1$ มาวัดเกณฑ์ $G-$efficiency ตามปกติ และหาค่าเฉลี่ยของเกณฑ์จำนวน $N$ ค่า ได้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพเป็นดังนี้

$$\text{Leave}-\text{one}-\text{out } G-\text{efficiency}=\underset{\mathbf{x}_i\in\Theta}{\text{mean}}\frac{p}{\max\limits_{\mathrm{x}\in\chi}(N-1)\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}}(\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i})^{-1}\mathbf{x}^{(m)}}\times 100$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}^{(m)}$ คือจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบ $\chi$ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ ในงานวิจัยนี้จะเรียกเกณฑ์ข้างต้นว่าค่าเฉลี่ยของเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งจุดแบบจี (Srisuradetchai, 2015)

## 1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1.4.1 แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่สร้างจากขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมมีค่าเกณฑ์ที่สนใจสูงกว่าแผนแบบที่สร้างจากขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด

1.4.2 การสร้างแผนแบบด้วยเกณฑ์มัธยฐานจะให้แผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ ของแผนแบบ ซึ่งเป็นกรณีที่เกิดขึ้นได้โดยทั่วไป

Ref. code: 25595809030017HIP

# บทที่ 2
# วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

## 2.1 ระเบียบวิธีพื้นผิวตอบสนอง

ระเบียบวิธีพื้นผิวตอบสนอง (Response surface methodology: RSM) ถูกเสนอโดย Box and Wilson (1951) และ Box (1952, 1954) เพื่อเป็นเครื่องมือในการออกแบบ พัฒนาและสร้างผลิตภัณฑ์ใหม่ รวมไปถึงเพื่อพัฒนาผลิตภัณฑ์ที่มีอยู่แล้วให้ดีขึ้น งานวิจัยที่เกี่ยวกับ RSM ส่วนใหญ่มักพบอยู่ในงานด้านอุตสาหกรรมอาหารและเคมีภัณฑ์ เป้าหมายในเชิงทฤษฎีของ RSM คือเพื่อค้นหาการตั้งค่าของตัวแปรอิสระที่ทำให้สามารถหาค่าตอบสนองหนึ่งหรือหลายค่ามีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดตามความสนใจ โดยค่าของตัวแปรอิสระนั้นจะแปรเปลี่ยนไปตามอาณาบริเวณแบบต่อเนื่อง การทำงานของ RSM สามารถแบ่งเป็น 3 ช่วงการทำงานดังนี้

**ช่วงที่หนึ่ง** คัดเลือกตัวแปรอิสระที่สนใจจากกลุ่มตัวแปรขนาดใหญ่ด้วยแผนแบบที่ใช้หน่วยทดลองน้อย ๆ เช่น แผนแบบแฟกทอเรียลบางส่วน (Fractional Factorial Design)

**ช่วงที่สอง** ทำการทดลองเพื่อหาอาณาบริเวณที่พัฒนาค่าตอบสนอง ช่วงนี้เราจะใช้วิธีการออกแบบการทดลองเพื่อให้ได้ค่าที่ดีที่สุดแบบเป็นขั้นเป็นตอนเช่น วิธีไต่ระดับความชัน (Steepest Ascent) และใช้ตัวแบบอันดับที่หนึ่ง (First-order Model) ในการทดสอบความไม่เหมาะสม (Lack-of-fit Test) ของส่วนโค้ง (Curvature) หากทดสอบความไม่เหมาะสมแล้วไม่มีการปฏิเสธอาณาบริเวณที่ทดสอบ แสดงว่ายังมีอาณาบริเวณของการทดลองอื่น ๆ ที่ดีกว่า ให้ปรับค่าตัวแปรใหม่และทำขั้นตอนทดสอบใหม่ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะปฏิเสธสมมติฐานจากการทดสอบความไม่เหมาะสมของส่วนโค้งของตัวแบบอันดับที่หนึ่ง

**ช่วงสุดท้าย** สิ้นสุดการทดลองเมื่อได้อาณาบริเวณที่คาดว่ามีค่าตอบสนองที่ดีที่สุดอยู่ภายใต้อาณาบริเวณนั้นแล้วใช้ตัวแบบอันดับที่สอง (Second-order Model) เพื่อประมาณรูปแบบความสัมพันธ์ที่แท้จริงของตัวแปร

กระบวนการที่มีความเกี่ยวข้องกับค่าตอบสนอง $y$ หนึ่งค่า มีตัวแปรอิสระที่ควบคุมได้คือ $\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k$ จำนวน $k$ ตัวแปร ความสัมพันธ์แท้จริงของ $\varphi's$ และ $y$ อยู่ในรูป $y = f(\varphi_1, \varphi_2, \ldots, \varphi_k) + \varepsilon$ โดยที่ผู้ทำการทดลองจะไม่ทราบ ส่วน $\varepsilon$ คือความคลาดเคลื่อนสุ่มมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเท่ากับค่าคงที่ค่าหนึ่ง ความสัมพันธ์แท้จริงระหว่างค่าตอบสนองและตัวแปรตามที่สนใจสามารถประมาณได้จากแผนแบบเชิงประจักษ์ภายใต้อาณาบริเวณทดลองจำกัด โดยฟังก์ชันที่ใช้ประมาณมักจะเป็นฟังก์ชันพหุนามลำดับน้อย ๆ ที่มีพื้นฐานจากการใช้อนุกรมเทเลอร์ขยายฟังก์ชัน $f$ และเป็นฟังก์ชันถดถอยเชิงเส้นที่ประมาณค่าตัว

Ref. code: 25595809030017HIP

พารามิเตอร์จากวิธีการกำลังสองน้อยที่สุดด้วย หลังจากนั้นเมื่อแผนแบบเชิงประจักษ์ที่ได้จากการประมาณที่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้น ผู้ทดลองจะสามารถระบุลักษณะของกระบวนการบนอาณาบริเวณทดลองได้ ตัวแบบยอดนิยมที่สำหรับใช้ประมาณความสัมพันธ์ที่แท้จริงระหว่างค่าตอบสนองและตัวแปรตามที่สนใจคือตัวแบบอันดับที่สอง (Second-order Model) โดยมีเหตุผลคือ (1) ตัวแบบประสบความสำเร็จในการใช้ในงานวิจัยตีพิมพ์แบบกรณีศึกษาเป็นจำนวนมาก (2) พื้นผิวการประมาณจากตัวแบบสามารถอธิบายจุดสูงสุด ต่ำสุดและจุดอานม้าได้ (3) อาณาบริเวณของการทดลองที่สนใจมักมีขนาดเล็กเพียงพอกับการใช้ตัวแบบอันดับที่สองเป็นฟังก์ชันที่ใช้ในการประมาณ (Myers et al., 2009) ตัวแบบนี้จะใช้ในขั้นตอนสุดท้ายของ RSM เมื่อเราได้ตัวแปรที่มีผลหรือคาดว่ามีผลต่อค่าตอบสนองมาก่อนแล้ว ตัวแบบอันดับที่สองเป็นฟังก์ชันพหุนามที่มีรูปแบบดังสมการ (2.1)

$$y = \beta + \sum_{i=1}^{k} \beta_i x_i + \sum_{i=1}^{k} \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i=1}^{k} \sum_{\substack{j=1 \\ j>i}}^{k} \beta_{ij} x_i x_j + \varepsilon \qquad (2.1)$$

เมื่อให้ $y$ คือค่าตอบสนอง ให้ $x_i$ คือตัวแปรที่ $i$ โดยที่ $i = 1,2,...,k$ ให้ $\beta$ คือค่าคงที่ ให้ $\beta_i$ คือสัมประสิทธิ์พารามิเตอร์ที่ $i$ ให้ $\beta_{ii}$ คือสัมประสิทธิ์กำลังสองของพารามิเตอร์ที่ $i$ ให้ $\beta_{ij}$ คือสัมประสิทธิ์ปฏิสัมพันธ์ของพารามิเตอร์ที่ $i$ และ $j$ เมื่อ $i = 1,2,...,k,\ j = 1,2,...,k,$ โดยที่ $j > i$ และให้ $\varepsilon$ คือความคลาดเคลื่อนสุ่ม มี $k$ คือจำนวนตัวแปรอิสระและ $p$ คือจำนวนพารามิเตอร์โดยที่ $p = (k+1)(k+2)/2$ สามารถเขียนตัวแบบอันดับที่สองในรูปแบบเมทริกซ์ของสมการเชิงเส้นได้คือ

$$\mathbf{y} = \beta_0 + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{b} + \mathbf{x}^{\mathrm{T}}\mathbf{B}\mathbf{x} + \varepsilon \qquad (2.2)$$

จากสมการ (2.2) $\mathbf{x}^{\mathrm{T}} = [x_1, \ldots, x_k]$ มี $\mathbf{b}$ เป็นคอลัมน์เวกเตอร์เก็บพารามิเตอร์อันดับที่หนึ่ง (First-order parameters) จำนวน $k$ ตัวแปร ลักษณะเช่น $\mathbf{b}^{\mathrm{T}} = [\beta_1, \ldots, \beta_k]$ และ $\mathbf{B}$ เป็นเมทริกซ์สมมาตรขนาด $k \times k$ เก็บค่าตัวแปรกำลังสองของแต่ละระดับและค่าปฏิสัมพันธ์ของตัวแปรต่างระดับ 2 ตัวแปร เมทริกซ์ $\mathbf{B}$ มีรูปแบบคือ

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} \beta_{11} & \beta_{12}/2 & \dots & \beta_{1k}/2 \\ & \beta_{22} & \dots & \beta_{2k}/2 \\ & & \ddots & \\ & & & \beta_{kk} \end{pmatrix}$$

การใช้รูปแบบเมทริกซ์มีประโยชน์ในการวิเคราะห์พื้นผิวตอบสนองแบบคานอนิคัล รายละเอียดเพิ่มเติมสามารถศึกษาได้จาก Box and Draper (2007)

รูปแบบทั่วไปของตัวแบบเชิงเส้นเมื่อมีพารามิเตอร์ที่ไม่ทราบค่า $p$ ตัว และมีจุดของแผนแบบ $N$ จุดสามารถเขียนในรูปแบบเมทริกซ์คือ $\mathbf{Y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$ เมื่อ $\boldsymbol{\beta}$ คือเวกเตอร์ของสัมประสิทธิ์การถดถอยที่ไม่ทราบค่า และ $\mathbf{X}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบ (Model Matrix) ขนาด $N \times p$ มีรูปแบบคือ

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} & x_{11}x_{12} & \cdots & x_{1(k-1)}x_{1k} & x_{11}^2 & \cdots & x_{1k}^2 \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} & x_{21}x_{22} & \cdots & x_{2(k-1)}x_{2k} & x_{21}^2 & \cdots & x_{2k}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{N1} & \cdots & x_{Nk} & x_{N1}x_{N2} & \cdots & x_{N(k-1)}x_{Nk} & x_{N1}^2 & \cdots & x_{Nk}^2 \end{bmatrix}$$

เมทริกซ์ตัวแบบ $\mathbf{X}$ มีแต่ละแถวเป็นเวกเตอร์ของจุดของแผนแบบ $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_k]$ ที่ถูกขยายเป็น $\mathbf{x}^{(m)} = [1, x_1, x_2, \dots, x_k, x_1^2, x_2^2, \dots, x_k^2, x_1x_2, x_1x_3, \dots, x_{k-1}x_k]$

ถ้ามีการสมมติให้ $E(\mathbf{Y}) = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\mu}$ และเมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมคือ $\sigma^2\mathbf{I}_N$ จะได้เวกเตอร์ของตัวประมาณกำลังสองน้อยที่สุดคือ $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{Y}$ ที่มีค่าความแปรปรวนและค่าความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณอยู่ในเมทริกซ์ $\mathrm{var}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \sigma^2(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}$ เรียก $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}$ ว่าเมทริกซ์ข้อมูล (Information Matrix) เพราะค่าความแปรปรวนของ $\hat{\beta}_j$ เป็นสัดส่วนกับค่าบนเส้นทแยงมุมที่ $j$ ในเมทริกซ์ $(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}$ ในการเปรียบเทียบแผนแบบการทดลองจะมีเพียงเมทริกซ์ $(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}$ เท่านั้นที่ส่งผลต่อเกณฑ์การเปรียบเทียบเพราะค่า $\sigma^2$ นั้นมีค่าเท่ากันในทุก ๆ แผนแบบการทดลอง (Atkinson et al., 2007) เรียกเมทริกซ์ $N^{-1}\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}$ ว่าเมทริกซ์โมเมนต์ (Moment Matrix) และเรียกส่วนกลับของเมทริกซ์ดังกล่าวหรือ $N(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}$ ว่าเมทริกซ์ความแม่นยำ (Precision Matrix) จะได้ค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ ณ จุด $\mathbf{x}$ ดังสมการ (2.3)

$$\mathrm{Var}[\hat{y}(\mathbf{x})] = \sigma^2 \mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}} (\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}^{(m)} \tag{2.3}$$

ค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์จะบอกถึงความสามารถของตัวแบบที่ใช้ในการประมาณ จากนั้นหารสมการ (2.3) ด้วย $\sigma^2$ และคูณด้วย $N$ จะได้ค่าความความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ที่ปรับแล้ว (Scaled Prediction Variance) ดังสมการ (2.4) การปรับค่าจะทำให้เปรียบเทียบแผนแบบ 2 แผนแบบที่มีค่า $N$ แตกต่างกันได้

.

$$\mathrm{SPV}(\mathbf{x}) = \frac{N\mathrm{Var}[\hat{y}(\mathbf{x})]}{\sigma^2} = N\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}}(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}^{(m)} \qquad (2.4)$$

**2.1.1 การแปลงค่าตัวแปรใน RSM**

การแปลงค่าตัวแปรให้เป็นค่าที่ไม่มีหน่วยวัดใน RSM ทำเพื่อให้ตัวแปรมีคุณสมบัติตรงกับข้อตกลงเบื้องต้นของแผนแบบและทำให้อธิบายผลลัพธ์ของการทดลองได้ง่ายขึ้น การแปลงค่าตัวแปรแบบแรกคือการแปลงค่าตัวแปรที่ถูกเสนอโดย Box (1952) และ Box and Hunter (1957) โดยจะแปลงค่าตัวแปรให้เป็นค่ามาตรฐาน การแปลงค่าตัวแปรแบบนี้ไม่นิยมใช้ใน RSM เพราะค่าตัวแปรใหม่ที่ได้จากการแปลงตัวแปรไม่อยู่ระหว่าง -1 ถึง 1 ซึ่งเป็นค่าตัวแปรที่แผนแบบพื้นผิวตอบสนองโดยส่วนใหญ่ใช้ ดังนั้นเราจะใช้วิธีการแปลงตัวแปรอีกวิธีซึ่งมีชื่อว่าการแปลงตัวแปรเชิงตั้งฉาก (Orthogonal Coding) มีวิธีการแปลงดังต่อไปนี้ สมมติให้มีจุดของแผนแบบ $N$ จุด มีตัวแปรอิสระจำนวน $k$ ตัวและมีตัวแปรหน่วยวัดดั้งเดิมคือ $\varphi_{11},\varphi_{12},\ldots,\varphi_{1N},\varphi_{21},\varphi_{22},\ldots,\varphi_{2N},\ldots,\varphi_{k1},\varphi_{k2},\ldots,\varphi_{kN}$

$$x_{iu} = \frac{\varphi_{iu} - M_i}{R_i/2},\ \ i = 1,2,\ldots,k \text{ และ } u = 1,2,\ldots,N$$

เมื่อ

$$M_i = \frac{\min\limits_u(\varphi_{iu}) + \max\limits_u(\varphi_{iu})}{2}$$

และ

$$R_i = \max_u(\varphi_{iu}) - \min_u(\varphi_{iu})$$

การแปลงตัวแปรนี้จะได้ตัวแปรใหม่ที่ไม่มีหน่วยและมีค่าสูงสุด ค่ากลางและค่าต่ำสุดเท่ากับ 1, 0 และ -1 ตามลำดับ

### 2.1.2 คุณสมบัติของแผนแบบอันดับที่สองที่ดี

แผนแบบพื้นผิวตอบสนองคือชุดของจุดที่ถูกเลือกอย่างระมัดระวังด้วยเกณฑ์หนึ่งหรือหลายเกณฑ์เพื่อให้ได้แผนแบบที่ดีบนพื้นที่ $x$ ที่มีขนาด $k$ มิติ คุณสมบัติของแผนแบบอันดับที่สองที่ดีโดย Myers et al. (2009) สามารถสรุปได้ดังต่อไปนี้

1. ให้ค่าประมาณใกล้เคียงกับค่าจริงให้ได้มากที่สุด
2. สามารถทำการทดสอบความไม่เหมาะสม (Lack-of-fit Test) ได้
3. สามารถเพิ่มลำดับของตัวแบบได้
4. ให้ค่าประมาณของความคลาดเคลื่อนสุ่มของทดลองได้
5. แกร่งต่อค่าสังเกตที่ผิดปกติ
6. ไม่อ่อนไหวต่อความคลาดเคลื่อนจากการควบคุมระดับของแผนแบบ
7. ไม่เปลืองค่าใช้จ่าย
8. สามารถทำการทดลองในบล็อกได้
9. สามารถตรวจสอบข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับภาวะความเท่ากันของความแปรปรวนได้
10. สามารถสร้างชุด SPVs ที่เหมาะสมให้กระจายทั่วอาณาบริเวณที่สนใจได้

นอกจากนี้ Box (1968) ยังให้คุณสมบัติของแผนแบบอันดับที่สองที่ดีไว้ 12 ประการและใกล้เคียงกับคุณสมบัติข้างต้น คุณสมบัติที่เพิ่มขึ้นมาคือแผนแบบที่ใช้หน่วยทดลองน้อย ๆ ต้องกำหนดจำนวนขั้นต่ำของจุดของแผนแบบการทดลอง แต่ในภายหลัง Akhtar and Prescott (1986) ได้กล่าวว่าคุณสมบัตินี้จะขัดแย้งกับคุณสมบัติที่กล่าวถึงความแกร่งต่อค่าสังเกตที่ผิดปกติ นอกจากนี้คุณสมบัติแต่ละอย่างมีความสำคัญไม่เท่ากันตามแต่การนำไปใช้ของ RSM เช่น ตัวแบบอันดับที่สองส่วนใหญ่จะใช้ในการทำให้ได้ค่าตอบสนองที่ดีที่สุด แต่ว่าตัวแบบที่ให้ค่าพยากรณ์ที่แม่นยำมีความน่าสนใจมากกว่าดังนั้นค่าความแปรปรวนคาดหมายจึงมีความสัมพันธ์มากกว่าคุณสมบัติอื่น ๆ (Anderson-Cook et al., 2009)

## 2.2.1 แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบพยัญชนะ (Alphabetic Optimal Designs)

แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุด (Optimal Design) ถูกพัฒนาขึ้นโดยนักสถิติชาวเดนมาร์กชื่อ Smith (1918) เสนอแผนแบบ $G-$optimal สำหรับสมการถดถอยพหุนาม 1 ตัวแปรไปจนถึงสำหรับ 6 ตัวแปร จากนั้น Kiefer (1959, 1961) และ Kiefer and Wolfowitz (1959)

Ref. code: 25595809030017HIP

ได้สร้างกรอบงานทั่วไปสำหรับทฤษฎีของแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดโดยอภิปรายในทฤษฎีเมเชอร์ (Measure Theory) และเรียกเป็นแผนแบบดังกล่าวที่ว่าเป็นแผนแบบโดยประมาณ (Approximate Designs)

แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดบนพื้นที่ของแผนแบบ (Design Space) $\chi$ คือ $\xi$ และเนื่องจาก $\xi$ เป็นการวัดค่าความน่าจะเป็น ดังนั้น $\xi(\mathbf{x}) \geq 0,\ \mathbf{x} \in \chi$ และ $\int_{\chi} \xi(\mathbf{x}) \mathrm{d}\mathbf{x} = 1$ แผนแบบแบบต่อเนื่องจะได้จากการวัด $\xi$ บน $\chi$ โดยมีจุดที่แตกต่างกัน $n$ จุดจะได้

$$\xi = \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \cdots & \mathbf{x}_n \\ w_1 & w_2 & \cdots & w_n \end{Bmatrix}$$

โดยที่ $\mathbf{x}_i \in \chi$ เป็นจุดที่ $i$ ของแผนแบบ ($i$ th Design Points) มี $\xi(\mathbf{x}_\mathrm{i}) = w_i$ เป็นค่าถ่วงน้ำหนัก และ $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1, \quad i = 1,2,\ldots,n$

ค่าถ่วงน้ำหนัก $\xi(\mathbf{x}_\mathrm{i})$ ในทางปฏิบัติจะต้องเป็นค่าเศษส่วน $n_i / N$ เพื่อให้ค่าสังเกตจำนวน $n_i$ ค่าได้มาจากจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}_i \in \chi$ โดยจะเรียกแผนแบบที่ได้ว่าแผนแบบที่แท้จริง (Exact Design) แผนแบบนี้เรียกเมทริกซ์ข้อมูล (Information Matrix) ต่อค่าสังเกตว่าเมทริกซ์โมเมนต์ (Moment Matrix) ดังสมการ (2.5)

$$\mathbf{M}(\xi_N) = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{x}_\mathrm{i}^{(m)} \mathbf{x}_\mathrm{i}^{(m)^\mathrm{T}} w_i = \frac{1}{N} \mathbf{X}^\mathbf{T}\mathbf{X} = \frac{\sigma^2}{N} [\mathrm{var}(\hat{\beta})]^{-1} \tag{2.5}$$

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วม $\mathrm{var}(\hat{\beta})$ จากสมการ (2.5) สามารถใช้หาค่าสูญเสียคาดหมาย (Expected Loss) หรือค่าความเสี่ยงคาดหมาย (Expected Risk) จากการประมาณ $\beta$ ได้ด้วยการประมาณ $\hat{\beta}$ ถ้าฟังก์ชันสูญเสียเป็นฟังก์ชันกำลังสอง (Hackl, 1995)

การสมมติให้ $\xi$ เป็นแผนแบบที่มีค่าสังเกตจำนวน $n_i$ ณ จุด $x_i$ โดยที่ $i = 1,2,\ldots,n$ หากไม่มีการสูญหายของค่าสังเกตหรือการทดลองที่ล้มเหลว จะได้ Fisher information matrix ดังสมการ (2.6)

$$I(\xi, \beta) = \sum_{i=1}^{n} \frac{n_i}{N} \frac{\partial f(x_i, \beta)}{\partial \beta} \frac{\partial f(x_i, \beta)^\mathrm{T}}{\partial \beta} = \mathbf{M}(\xi_N) \tag{2.6}$$

Ref. code: 25595809030017HIP

เมทริกซ์ความแปรปรวนร่วมของตัวประมาณควรจะเป็นสูงสุดของ $\beta$ จะเป็นสัดส่วนกับ $[I(\xi,\beta)]^{-1}$ อีกทั้งสามารถหาแผนแบบที่เหมาะสมสำหรับประมาณ $\beta$ ได้โดยหาค่าสูงสุดของฟังก์ชันที่เหมาะสมของ $I(\xi,\beta)$ (Imhof et al., 2002)

สำหรับเกณฑ์สร้างแผนแบบที่เหมาะสมที่สนใจในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้มีทั้งหมดสองเกณฑ์คือเกณฑ์ $D-$ และ $G-$ โดยที่เกณฑ์ $D-$ จะมีความสัมพันธ์กับกับความแปรปรวนของตัวประมาณ ในขณะที่เกณฑ์ $G-$ จะสนใจที่ความแปรปรวนของค่าพยากรณ์

### 2.2.1 $D-$optimality

เกณฑ์วัดผลนี้เสนอโดย Wald (1943) มีจุดประสงค์ที่ต้องการจะลดค่า $\Psi|\mathbf{M}(\xi)| = \log|\mathbf{M}(\xi)|^{-1} = -\log|\mathbf{M}(\xi)|$ ซึ่งเทียบเท่ากับการลดค่า $|(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}|$ หรือลดค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ (Generalized Variance) $|\mathrm{var}(\hat{\beta})|$ ให้ต่ำที่สุด การทำให้ค่าข้างต้นดังกล่าวต่ำที่สุดนั้นจะทำให้ $|\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}|$ และ Fisher information $|I(\xi,\beta)|$ มีค่าสูงสุด ตัวพยัญชนะต้น D ของเกณฑ์นี้มาจากคำว่า Determinant แผนแบบที่เหมาะสม $\xi^*$ ของเกณฑ์นี้คือ

$$\begin{aligned}\xi^* &= \arg\min_{\xi\in\Xi}|\mathrm{M}^{-1}(\xi)| \\ &= \arg\min_{\xi\in\Xi}|N(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}|\end{aligned}$$

เมื่อ $\Xi$ คือเซตของแผนแบบต่อเนื่องทั้งหมดบน $\chi$ และจะได้ว่า $|\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}|$ เป็นส่วนกลับของพื้นที่สี่เหลี่ยมจัตุรัสของอาณาบริเวณความเชื่อมั่นของสัมประสิทธิ์ถดถอยจากข้อสมมติเบื้องต้นที่กำหนดให้ความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติที่มีความแปรปรวนคงที่ ถ้าพื้นที่ของอาณาบริเวณความเชื่อมั่นมีขนาดเล็กลงเราจะได้ค่าประมาณของสัมประสิทธิ์ถดถอยดีขึ้น และนั่นคือจุดหมายหลักของแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบดี ($D-$optimal Design) หากต้องการเปรียบเทียบแผนแบบที่มีขนาดตัวอย่างแตกต่างกัน จะใช้ $D^*-$efficiency มีรูปแบบคือ

$$D^*-\text{efficiency}=\left(\frac{|\mathbf{M}(\xi)|}{|\mathbf{M}(\xi^*)|}\right)^{1/p}\times 100$$

เมื่อ $p$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในแผนแบบ แผนแบบสมมติฐานตั้งฉากสำหรับแต่ละ $x_i \in \{-1,1\}$ คือแผนแบบ exact $D-$optimal ขนาด $N$ จุดสำหรับตัวแบบอันดับที่หนึ่ง เมื่อ $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right| = N^p$ จะได้เกณฑ์วัดผลคือ

$$D-\text{efficiency}=\left(\frac{\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right|}{N^p}\right)^{1/p}\times 100=\frac{\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right|^{1/p}}{N}\times 100$$

โดย $D-$efficiency ที่ได้นั้นเป็นขอบเขตล่างของ $D^*-$efficiency ดังนั้นในบางครั้ง $D-$efficiency อาจไม่แม่นยำนักเพราะบางครั้งความแตกต่างระหว่าง $D-$ และ $D^*-$ นั้นมีขนาดใหญ่ (del Castillo, 2007)

#### 2.2.1.2 $G-$optimality

เกณฑ์วัดผลนี้เสนอโดย Smith (1918) เพื่อใช้หาแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดในปัญหาทางด้านการถดถอย และภายหลังถูกเรียกว่า $G-$optimality โดย Kiefer and Wolfowitz (1959) วัตถุประสงค์ของเกณฑ์นี้คือต้องการลดค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ที่ปรับแล้ว (Scaled Prediction Variances: SPVs) ซึ่งตัวพยัญชนะต้น G ของเกณฑ์นี้มาจากคำว่า Global หรือความเป็นสากล มาจากการที่จะต้องคำนวณค่า SPV จากทุกจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบ (Design Space) $\chi$ นั่นคือต้องการแผนแบบ $\xi^*$ ที่ได้จากเงื่อนไข

$$\begin{aligned}\xi^* &= \arg\min_{\xi\in\Xi}\max_{\mathbf{x}\in\chi}\text{SPV}(\mathbf{x})\\ &= \arg\min_{\xi\in\Xi}\max_{\mathbf{x}\in\chi} N\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}}(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}^{(m)}\end{aligned}$$

เกณฑ์ $G-$optimality นี้ใช้วิธีค่าต่ำสุดของค่าสูงสุด เพื่อให้มั่นใจได้ว่าไม่มีจุดของแผนแบบ (Design Point) ใดที่มีค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์สูง เกณฑ์วัดประสิทธิภาพแผนแบบมีรูปแบบคือ

$$G-\text{efficiency}=\frac{p}{\max_{\mathrm{x}\in\chi}\text{SPV}(\mathrm{x})}\times 100$$

ตัวเศษในเกณฑ์ $G-$efficiency คือ $p$ เป็นขอบเขตล่างของค่าสูงสุดของค่าความแปรปรวนคาดหมาย เนื่องจากผลรวมของค่าบนเส้นทแยงมุม $h_{ii}$ ในเมทริกซ์ “hat” $\mathbf{X}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}$ มีค่าเท่ากับ $p$ ดังนั้นค่าเฉลี่ยของ $\mathrm{SPV}(\mathbf{x})$ ที่จุดของแผนแบบคือ $p$ นั่นคือ $\max_{\mathbf{x}\in\chi}\mathrm{SPV}(\mathbf{x})\geq p$ (Myers et al., 2009)

**2.3 วรรณกรรมที่เกี่ยวข้องกับค่าสูญหาย**

ผู้วิจัยที่คาดว่าเป็นคนแรกที่ศึกษาเกี่ยวกับค่าสูญหายในแผนแบบพื้นผิวตอบสนองคือ Draper (1961) โดยสร้างสูตรสำหรับประมาณค่าสูญหายสำหรับแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง 3 ตัวแปรที่ใช้ตัวแบบอันดับที่สองและมีจุดกึ่งกลางตั้งแต่ศูนย์ถึงหกซ้ำ หลังจากนั้นเป็นต้นมานักสถิติได้ศึกษาเกี่ยวกับความแกร่งของแผนแบบการทดลองต่อค่าสังเกตสูญหายจากมุมมองที่แตกต่างกันไป

Box and Draper (1975) เสนอเกณฑ์การวัดความอ่อนไหวต่อค่าสังเกตที่ผิดปกติ ซึ่งเป็น 1 ใน 12 คุณสมบัติของแผนแบบที่ดีที่ Box (1968) รวบรวมไว้ ตัววัดค่าที่เสนอมาใช้คือผลบวกกำลังสองของค่าบนเส้นทแยงมุมของเมทริกซ์ “hat” $\mathbf{X}(\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^{\mathbf{T}}$

Ghosh (1979) เสนอจำนวนเมื่อสูญหายสูงสุดของค่าสังเกตที่ยังสามารถประมาณพารามิเตอร์ทั้งหมดได้และแทนด้วย $t_{\max}$ เพื่อใช้ในการวัดความแกร่งของแผนแบบต่อการทดลองที่สูญหาย ค่า $t_{\max}$ นี้ถูกใช้ในแผนแบบต่าง ๆ โดย MacEachern et al. (1995) นำคุณสมบัติประมาณค่าของเกณฑ์มาใช้กับการทดลองแบบแฟกทอเรียล อีกทั้งยังแสดงให้เห็นว่าสำหรับตัวแบบอันดับที่สองที่มีจำนวนตัวแปร $k\geq 3$

(1) ถ้า $\alpha=\sqrt{k}, t_{\max}(\mathbf{D})=\min\{n_c-1,3\}$

(2) ถ้า $\alpha\neq\sqrt{k}, t_{\max}(\mathbf{D})=\min\{n_c+1,3\}$

เมื่อ $\alpha$ คือความยาวแขนและ $\mathbf{D}$ คือเมทริกซ์แผนแบบ CCD ที่มีตัวแปร $k$ ตัวและจุดกึ่งกลาง $n_c\geq 1$ สมการ $t_{\max}(\mathbf{D})=\min\{n_c+1,3\}$ คือถ้ามี $n_c=1$ และการทดลองสูญหายเกิน 3 ครั้งแล้วจะมีพารามิเตอร์บางตัวที่ไม่สามารถทำการประมาณค่าได้ รายละเอียดในการพิสูจน์ทฤษฎีสามารถศึกษาได้จาก MacEachern et al. (1993)

Tanco et al. (2013) ศึกษาความแกร่งต่อการสูญหายของค่าสังเกตของแผนแบบพื้นผิวตอบสนอง 3 ตัวแปร และสร้างเกณฑ์ใหม่สำหรับวัดความแกร่งเรียกว่าค่าความน่าจะเป็นของความสามารถในการประมาณค่า (Probability of Estimability) โดยใช้แนวคิดจากเกณฑ์ $t_{\max}$ แต่อธิบายความน่าจะเป็นในการประมาณค่าพารามิเตอร์ได้ทุกพารามิเตอร์เมื่อมีค่าสังเกตสูญหายสูงสุดสำหรับแผนแบบ กล่าวคือ $t_{\max}$ ของ Tanco คือจำนวนสูงสุดที่สูญหายได้ของค่าสังเกตในขณะที่ตัวแบบยังสามารถประมาณค่าได้ด้วยความน่าจะเป็น $(1-\alpha)$

Ref. code: 25595809030017HIP

Herzberg and Andrews (1976) เสนอตัววัดค่าความแกร่งของแผนแบบ คือเกณฑ์ความแปรผันของความแปรปรวนนัยทั่วไป และเกณฑ์ที่ทำให้ความแปรปรวนสูงสุดมีค่าต่ำที่สุด โดยเขียนสมการความควรจะเป็นสูงสุดของแผนแบบเชิงเส้นในรูปแบบ $\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{D}^{2}\mathbf{X}$ เมื่อ $\mathbf{D}^{2}$ เป็นเมทริกซ์ทแยงมุมที่มีค่าบนเส้นทแยงมุม $\{d_{ii}^{2}\}$ ให้ค่าสังเกตที่สูญหายมีรูปแบบตามฟังก์ชัน

$$d_{ii}^{2} = \begin{cases} 0;\ p(\mathbf{x}_i) \\ 1;\ 1-p(\mathbf{x}_i) \end{cases}$$

เมื่อ $p(\mathbf{x}_i)$ คือความน่าจะเป็นที่ค่าสังเกตที่สูญหาย ณ จุด $\mathbf{x}_i$ ค่า $d_{ii}^{2}$ จะมีค่าเท่ากับ 0 สำหรับค่าผิดปกติถ้าได้ผลว่าปฏิเสธสมมติฐานการประมาณค่าพารามิเตอร์

Srivastava et al. (1991) ทำการขยายขอบเขตงานของ Ghosh (1982) ไปใช้กับแผนแบบอื่น ๆ เช่น บล็อกไม่สมบูรณ์สมดุล (BIBD) จัตุรัสโยเดน (Youden Square) และ CCDs แบบหมุนแกนที่มีค่าสังเกตสูญหายเพียงหนึ่งค่าสังเกต เป็นต้น

Akhtar and Prescott (1986) สนใจค่าสูญเสียที่เกิดจากการสูญหายของหนึ่งค่าสังเกตใน CCD ค่าสูญเสียที่กล่าวถึงคือค่าสูญเสียสัมพัทธ์ของเกณฑ์วัดซึ่งอยู่ในรูป $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right|$ หรือเท่ากับเกณฑ์ $D-$optimality โดยเสนอค่าสูญเสียสูงสุดคือ

$$l_{\max} = \max(l_f, l_a, l_c)$$

เมื่อ $l_f, l_a$ และ $l_c$ คือค่าสูญเสียสัมพัทธ์ที่เกิดจากจุดแฟกทอเรียล จุดตามแกน และจุดกึ่งกลางตามลำดับ จากการที่ความยาวแกน $\alpha$ จากจุดกึ่งกลางมีค่าไม่คงที่ทำให้ได้ค่าต่ำสุดของค่า $l_{\max}$ สูงสุด นอกจากนี้ยังแสดงค่า $\alpha$ แบบหมุนแกน (Rotatable designs) แบบที่แกร่งต่อค่าผิดปกติ (Outlier robust designs) และแบบค่าต่ำสุดของค่าสูงสุดของค่าสูญเสีย (Minimax loss designs) สำหรับ CCDs ที่มี $k = 2,3,4,5$ และมีจุดกึ่งกลาง 2 ซ้ำ ได้ผลว่าแผนแบบที่ได้จากเกณฑ์ค่าต่ำสุดของค่าสูงสุดของค่าสูญเสีย (Minimax Loss Criteria) เมื่อใช้กับ CCDs ไม่ได้ให้แผนแบบที่ดีเสมอไป ตัวอย่างเช่นเมื่อเลือก $\alpha$ ให้เท่ากับ 0.7045 สำหรับแผนแบบ CCD ที่มี $k = 5$ และมีจุดกึ่งกลาง 2 ซ้ำ ได้ $D-$efficiency จากแผนแบบที่มีความแกร่งดังกล่าวเท่ากับ 33.812% และได้ $D-$efficiency จากแผนแบบแบบหมุนแกนสูงถึง 85.996% ซึ่งสูงขึ้นถึง 52% เมื่อเปรียบเทียบกับแผนแบบก่อนหน้า อย่างไรก็ตามเกณฑ์ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ถูกนำไปใช้ต่อยอดในงานวิจัยอื่น ๆ เช่นงานวิจัยของ Akram (1993) งานวิจัยของ Lal et al. (2001) และงานวิจัยของ Ahmad et al. (2012)

Ref. code: 25595809030017HIP

Akram (1993) อภิปรายเกี่ยวกับความแกร่งของ CCDs ต่อการสูญหายของค่าสังเกต 3 ค่าในหลาย ๆ รูปแบบเช่น CCD ทรงลูกเต๋า (Cuboidal) CCD ทรงกลม (Spherical) CCD แบบตั้งฉาก (Orthogonal) CCD แบบหมุนแกน (Rotatable) CCD ที่ใช้ค่าความแปรปรวนน้อยที่สุด และแผนแบบที่แกร่งต่อค่าผิดปกติของ Box and Draper โดยใช้เกณฑ์จากงานของ Akhtar and Prescott และแสดงให้เห็นชุดของจุดที่เป็นไปได้จากจุดทั้งสามชุด (Factorial, Axial, และ Center Points) ที่ทำให้ค่าสูญเสียสูงที่สุด เช่นสำหรับ CCD ขนาดใหญ่ ค่าสูญเสียที่สูงที่สุดเกิดจากการที่ค่าสังเกตสองหรือสามค่าที่อยู่บนแกนเดียวกันสูญหายที่จุดแขนหรือจุดแฟกทอเรียล 3 จุดใด ๆ แต่ในงานวิจัยนี้ไม่มีการอภิปรายเกี่ยวกับแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุด รวมทั้งแผนแบบที่มีความแกร่งที่ใช้ก็มาจาก CCDs เดิมที่มีอยู่แล้ว

Lal et al. (2001) ศึกษาความแกร่งต่อการสูญหายของค่าสังเกตของแผนแบบการทดลองสำหรับประมาณค่าเซตย่อยของพารามิเตอร์ในแผนแบบเชิงเส้น ได้แสดงว่าหากแผนแบบใดที่มีความแกร่งภายใต้แผนแบบการเท่ากันของความแปรปรวนจะมีความแกร่งเมื่อแผนแบบมีความแปรปรวนไม่เท่ากันแต่ข้อมูลมีสหสัมพันธ์กัน

Ahmed et al. (2012) เสนอ Augmented Pairs Minimax Loss Designs (APM) ซึ่งมีความแกร่งต่อการสูญหายของค่าสังเกต 1 ค่ามากกว่าแผนแบบค่าต่ำสุดของของค่าสูงสุดของค่าสูญเสีย โดยผู้วิจัยได้เปรียบเทียบแผนแบบ APM กับ CCDs และแผนแบบ Composite ขนาดเล็ก

Srisuradetchai (2015) เสนอเกณฑ์ในการสร้างแผนแบบที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายของแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบพยัญชนะ (Alphabetic Optimal Design) โดยใช้ขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด ขั้นตอนในการคำนวณเกณฑ์ที่เสนอคือสมมติให้จุดของแผนแบบการทดลองจุดหนึ่งสูญหายจากนั้นคำนวณเกณฑ์ efficiency ที่สนใจแผนแบบขนาด $N-1$ จุด แล้วสมมติให้จุดถัดไปเป็นค่าสูญหายจะได้แผนแบบที่มีจุดของแผนแบบจำนวน $N-1$ อีกครั้ง ทำการสมมติให้แต่ละจุดเป็นค่าสูญหายจนครบ $N$ ครั้งแล้วนำเกณฑ์ efficiency ที่สนใจที่มีค่าน้อยที่สุด (Minimum) จากทั้งหมด $N$ ค่ามาใช้เป็นเกณฑ์วัดความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายของแผนแบบเมื่อจุดที่สำคัญที่สุดสูญหายและทำให้แผนแบบที่เหลืออยู่มีเกณฑ์วัดประสิทธิภาพต่ำที่สุด สมมติให้ $\Xi$ เป็นเซตของแผนแบบต่อเนื่องทั้งหมดบน $\chi$ ให้ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดของแผนแบบและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ สำหรับเกณฑ์ Min $D-$efficiency ต้องการแผนแบบ $\xi^*$ ที่ได้จากเงื่อนไข

$$\xi^* = \arg\max_{\xi\in\Xi}\min_{\mathbf{x}_i\in\Theta}\left|\mathbf{M}(\xi_{-\mathbf{x}_i})\right|$$

$\mathbf{M}(\xi_{-\mathbf{x}_i})$ คือเมทริกซ์โมเมนต์ของแผนแบบที่ไม่มีจุด $\mathbf{x}_i$ เกณฑ์นี้มีเป้าหมายคือต้องการทำหลักประกันว่าจะยังได้ค่าต่ำที่สุดของ $D-$efficiency สูงสุดเมื่อจุดที่สำคัญที่สุดของแผนแบบสูญหายไป แผนแบบที่ได้ถูกเรียกในงานวิจัยดังกล่าวว่าเป็นแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบดีที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหาย ( $D-$optimal Robust Exact Design) และสำหรับเกณฑ์ $G-$efficiency ถ้าให้ $\Xi$ เป็นเซตของแผนแบบต่อเนื่องทั้งหมดบน $\chi$ ให้ $\Theta$ เป็นเซตของจุดของแผนแบบทั้งหมดของแผนแบบให้ $\chi$ เป็นอาณาบริเวณแบบ Cuboidal และ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบใน $\Theta$ จะต้องการแผนแบบ $\xi^*$ ที่ได้จากเงื่อนไข

$$\xi^* = \arg\min_{\xi\in\Xi}\max_{\mathbf{x}_i\in\Theta}\left[\max_{\mathbf{x}\in\chi}\mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}}\mathbf{M}^{-1}(\xi_{-\mathbf{x}_i})\mathbf{x}^{(m)}\right]$$

เมื่อ $\mathbf{M}^{-1}(\xi_{-\mathbf{x}_i})$ คือส่วนกลับของเมทริกซ์โมเมนต์ที่ไม่มีจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}_i$ มีเป้าหมายคือต้องการให้ได้ค่าความแปรปรวนคาดหมายสูง ๆ แม้ว่าค่าสูญหายจะทำให้เกิดเหตุการณ์ที่เลวร้ายที่สุด แผนแบบที่ได้ถูกเรียกในงานวิจัยดังกล่าวว่าเป็นแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบจีที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหาย ( $G-$optimal Robust Exact Design)

## 2.4 ขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด (Point-Exchange Algorithm)

ขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุดโดยทั่วไปมีเป้าหมายคือสร้าง $n-$point Design สำหรับ $k$ ตัวแปรจากจุดที่เป็นไปได้ $N$ จุด มีเซต $S=\{y_1, y_2, \ldots, y_N\}$ อยู่ใน $\mathbb{R}^k$ โดยที่ $N >> n$ การหา $n-$point Design จากแผนแบบทั้งหมดที่เป็นไปได้ทั้งหมดจำนวน $N^n$ แผนแบบนั้นเป็นไปไม่ได้ ดังนั้น Srisuradetchai (2015) จึงใช้ขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุดแบบดัดแปลง สำหรับขั้นตอนหลักนั้นมีเพียง 2 ขั้นตอน คือขั้นตอนการสร้างแผนแบบเริ่มต้นและขั้นตอนในการแลกเปลี่ยนจุด

### 2.4.1 ขั้นตอนการสร้างแผนแบบเริ่มต้น

Mitchell (1974) เลือกแผนแบบเริ่มต้นโดยเริ่มจากการสร้างแผนแบบเปล่าที่ไม่มีจุดของแผนแบบใดอยู่ในแผนแบบ จากนั้นใส่จุดที่มีค่าความแปรปรวนคาดหมายสูงสุดจากจุดที่เป็นไปได้ทั้งหมดเข้าไปในแผนแบบทีละจุด กระบวนการนี้ถูกมองว่าให้แผนแบบที่มีประสิทธิภาพไม่ดีเท่าการสร้างแผนแบบเริ่มต้นแบบสุ่ม แต่สามารถลดรอบการทำซ้ำของวิธีแลกเปลี่ยนจุดได้ (Triefenbach, 2008)

Galil and Kiefer (1980) ให้แผนแบบเริ่มต้นสร้างขึ้นแบบสุ่มแล้วเลือกจุดที่ดีที่สุดจากจุดที่เป็นไปได้เพื่อเป็นการเลือกใส่จุดเข้าแผนแบบไปตามลำดับ

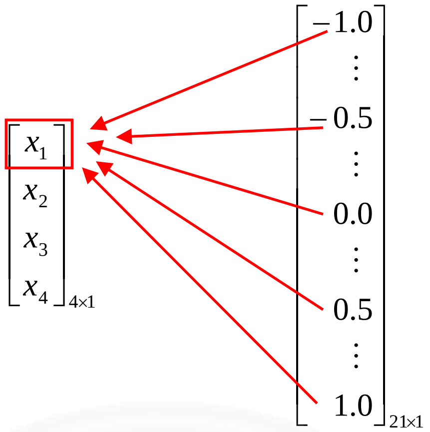
Miller and Nguyen (1994) เสนอว่าจุดของแผนแบบในแผนแบบเริ่มต้นครึ่งหนึ่งให้มาจากการสุ่ม ส่วนจุดที่เหลือให้เพิ่มเข้าไปในแผนแบบทีละจุด โดยใช้จุดที่ให้ค่าดีเทอมิแนนต์ ของแผนแบบสูงสุดก่อนจะเพิ่มจุดดังกล่าวเข้าไปในแผนแบบ

Srisuradetchai (2015) กล่าวถึงการสร้างแผนแบบเริ่มต้นโดยอ้างถึงการสร้างแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบดี ( $D-$optimal Designs) ว่าจุดของแผนแบบในแผนแบบสุดท้ายจะมีลักษณะแผ่ทั่วพื้นที่ของแผนแบบเพื่อทำให้ค่า $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right|$ สูงสุด นั่นคือแผนแบบเริ่มต้นที่ต้องการจะต้องมีจุดของแผนแบบกระจายทั่วพื้นที่ของแผนแบบเช่นกัน การสร้างใช้การแบ่งอาณาบริเวณแผนแบบเป็นอาณาบริเวณย่อยแล้วสุ่มเลือกจุดของแผนแบบหนึ่งจุดจากแต่ละอาณาบริเวณย่อย วิธีนี้จะทำให้มั่นใจได้ว่าจุดของแผนแบบจะมีลักษณะไม่เกาะกลุ่มกัน

**2.4.2 ขั้นตอนในการแลกเปลี่ยนจุด**

ขั้นตอนนี้ให้แต่ละจุด $\mathbf{a}_i, i=1,2,\ldots,n$ ในแผนแบบจะถูกแลกเปลี่ยนด้วยจุด $\mathbf{y}_j, j=1,2,\ldots,N$ ของจุดที่เป็นไปได้ในเซต $S$ คำนวณเกณฑ์ของแผนแบบที่สนใจในแต่ละครั้งของการแลกเปลี่ยนและเปรียบเทียบเกณฑ์ระหว่างแผนแบบก่อนแลกเปลี่ยนจุดกับแผนแบบหลังแลกเปลี่ยนจุด การทำซ้ำจะหยุดเมื่อหรือถึงจำนวนรอบซ้ำที่กำหนดไว้หรือเกณฑ์ของแผนแบบหลังแลกเปลี่ยนจุดเพิ่มขึ้นน้อยกว่าค่าที่กำหนดไว้ กระบวนการนี้มักจะให้แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดเฉพาะบริเวณ (Local Optimal Design) ดังนั้นจะต้องสร้างแผนแบบขึ้นหลายครั้งเพื่อให้ได้แผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดสากล (Global Optimal Design) สำหรับการทำซ้ำและจำนวนแผนแบบ Mitchell (1974) กล่าวว่าการสร้างแผนแบบจำนวน 10 ครั้งมักเพียงพอต่อการสร้างแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแล้ว ส่วน Srisuradetchai (2015) ใช้การสร้างแผนแบบจำนวน 20 ครั้งต่อการสร้างแต่ละแผนแบบที่มีความแกร่งแทน

Ref. code: 25595809030017HIP




**ภาพที่ 2.1** ลักษณะของขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุด 1 ตัวแปร

## 2.5 ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm: GA)

GA ถูกริเริ่มโดย Holland (1975) โดยเป็นวิธีในการค้นหาและพัฒนาแผนแบบโดยใช้แนวคิดทางด้านชีววิทยาเรื่องทฤษฎีทางพันธุกรรมและการคัดเลือกโดยธรรมชาติมาประยุกต์ใช้กับกระบวนการทางคอมพิวเตอร์ ใน GA นี้ตัวแก้ปัญหาหรือคำตอบจะถูกเรียกว่า “โครโมโซม (Chromosome)” โดยมีฟังก์ชันเป้าหมายที่ให้แสดงถึงความเหมาะสมของโครโมโซม

Goldberg (1989) เป็นผู้ทำให้ GA ประสบความสำเร็จจากการนำไปใช้และเขียนหนังสือและหลังจากนั้นก็เกิดการพัฒนาขึ้นในหลาย ๆ ด้าน Davis (1991) กล่าวถึงการใช้ GA ให้มีประสิทธิภาพคือต้องใช้การลงรหัสตามที่เป็นจริง เพราะก่อนหน้านั้น GA มักใช้รหัสฐานสอง (Binary) ในการแทนยีนในโครโมโซมซึ่งยากต่อการใช้งานและตีความ จากนั้นทำให้เกิดการผสม (Hybridized) ของคุณสมบัติที่ดีของโครโมโซมให้บ่อยที่สุดเท่าที่เป็นไปได้ และสุดท้ายให้สร้างการเปลี่ยนแปลงทางพันธุกรรมใหม่ ๆ ที่คาดว่าจะมีผลต่อการแก้ปัญหา การเปลี่ยนแปลงทางพันธุกรรมมี 2 รูปแบบคือการเปลี่ยนแปลงจากการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างโครโมโซม (Crossover) และการเปลี่ยนแปลงจากการกลายพันธุ์ของโครโมโซม (Mutation) โดยทั่วไปการเปลี่ยนแปลงทางพันธุกรรมจะอยู่ในขั้นตอน reproductionของ GA ซึ่งขั้นตอนทั่วไปของ GA ประกอบด้วย

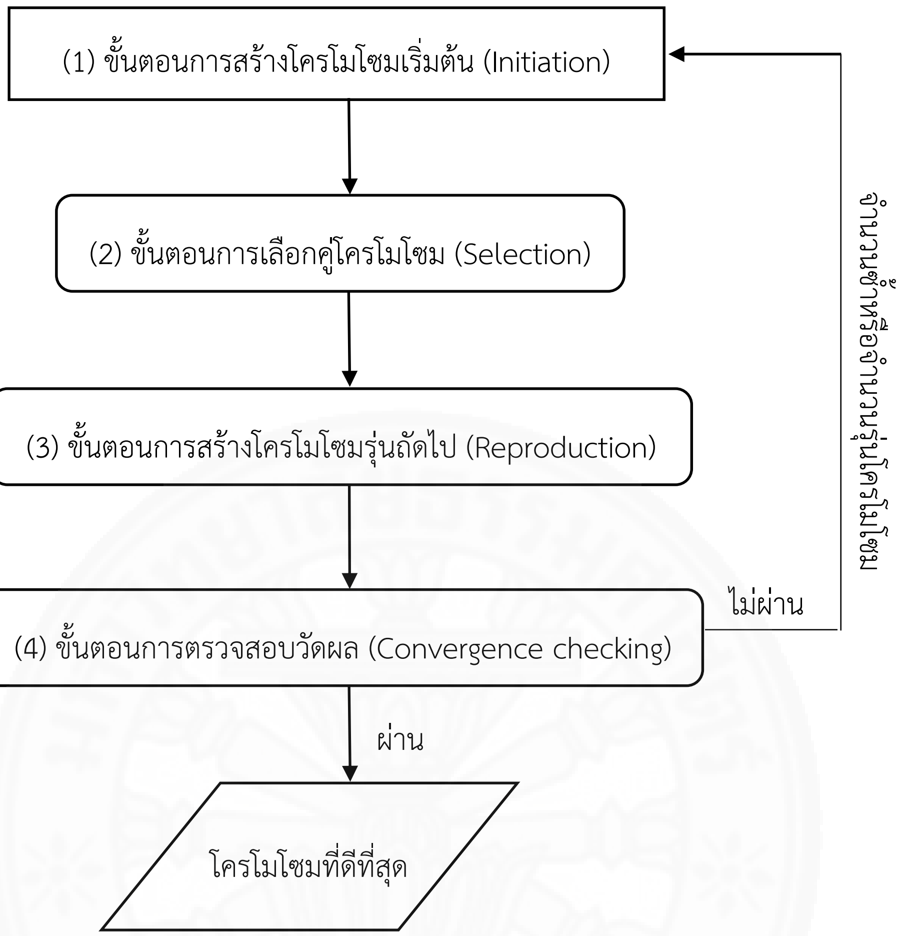
1. Initiation หรือการสร้างโครโมโซมเริ่มต้นจำนวน $M$ โครโมโซม
2. Selection หรือการเลือกโครโมโซม มีการเลือกโครโมโซม 2 ชุด ชุดแรกจะถูกเลือกหลังการสร้างโครโมโซมเริ่มต้น โครโมโซมชุดนี้จะเลือกโดยเป็นโครโมโซมที่เหมาะสมกับฟังก์ชันเป้าหมายที่สุดในรุ่น เพื่อให้ลักษณะที่ดีนั้นส่งต่อไปยังโครโมโซมรุ่นถัดไป ส่วนชุดที่สองจะเลือกก่อนการ Reproduction โดยจะเลือกโครโมโซมแบบสุ่มจากโครโมโซมที่เหลืออยู่เพื่อนำไปสร้างโครโมโซมรุ่นถัดไป

3. Reproduction หรือการเปลี่ยนแปลงลักษณะบางอย่างของโครโมโซมเพื่อสร้างโครโมโซมรุ่นถัดไปแล้วเปรียบเทียบความเหมาะสมกับโครโมโซมรุ่นก่อนหน้า จากนั้นโครโมโซมรุ่นที่เหมาะสมมากกว่าจะเก็บไว้ใช้ในรุ่นต่อ ๆ ไป

4. Convergence checking หรือการหยุด GA เมื่อการสร้างโครโมโซมที่ดีที่สุดในรุ่นที่ได้มาใหม่นั้นไม่สามารถทำให้เหมาะสมกับฟังก์ชันเป้าหมายได้มากขึ้นอีก หรือเมื่อถึงจำนวนรุ่นของโครโมโซมที่กำหนดไว้แล้ว

นอกจากเงื่อนไขข้างต้นแล้วเราจะทำขั้นตอนที่ 2 และ 3 ซ้ำกับโครโมโซมอื่น ๆ ที่เหลือจนครบทุกโครโมโซม ยกเว้นโครโมโซมชุดแรกจากการ Selection จะไม่ถูกเลือกจนทำการ Reproduction ครบทุกโครโมโซมที่เหลือ

Borkowski (2003) ใช้ GA สร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองขนาดเล็ก (Small Exact Response Surface Designs) ด้วยเกณฑ์ $D-$, $A-$, $G-$ และ $IV-$ และตัวแบบอันดับที่สอง ในงานวิจัยนั้นมีขั้นตอนการ Reproduction ประกอบไปด้วยการ Blending สำหรับการเปลี่ยนแปลงแบบ Crossover และการทำ Zero genes, Extreme genes, Sign change และ Creep สำหรับการเปลี่ยนแปลงแบบ Mutation นอกจากนี้ Thongsook (2014) ได้ใช้ GA สร้างแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบดี ($D_s-$optimal Designs) สำหรับการทดลองแบบผสม (Mixture Experiments) โดยเพิ่มเติมขั้นตอนการ Reproduction จากงานวิจัยของ Borkowski สำหรับการเปลี่ยนแปลงแบบ Crossover มีการแลกเปลี่ยนจุดของแผนแบบระหว่างโครโมโซมและภายในโครโมโซม (Swap) และสำหรับการเปลี่ยนแปลงแบบ Mutation มีการทำ Centroid genes หรือการทำให้จุดอยู่ที่ค่าเฉลี่ยของอาณาบริเวณ และการทำ Mid-point genes หรือการทำให้จุดอยู่ตรงกลางของอาณาบริเวณของแผนแบบ สามารถสรุปลักษณะของขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมดังภาพที่ 2.3




**ภาพที่ 2.2** ลักษณะของขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

# บทที่ 3
# วิธีการวิจัย

บทนี้จะมีการอธิบายเกณฑ์การสร้างแผนแบบที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงโดยใช้ค่ามัธยฐาน ลักษณะของขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมที่ใช้ในงานวิจัยนี้และการกำหนดค่าพารามิเตอร์ในวิธีการจำลอง มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

## 3.1 เกณฑ์การสร้างแผนแบบที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงโดยใช้ค่ามัธยฐาน

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ได้เสนอเกณฑ์การสร้างแผนแบบที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายแบบใหม่ โดยดัดแปลงเกณฑ์ของ Srisuradetchai (2015) จากการใช้ค่าน้อยที่สุดซึ่งเป็นเกณฑ์สำหรับกรณีที่เกิดการสูญหายที่จุดที่เลวร้ายที่สุดเป็นการใช้ค่ามัธยฐาน รายละเอียดของการดัดแปลงเกณฑ์แบบดีและแบบจีด้วยค่ามัธยฐานเป็นดังนี้

### 3.1.1 Med $D-$optimality

เกณฑ์สร้างแผนแบบนี้มีจุดประสงค์ในการใช้ค่ามัธยฐานของเกณฑ์ $D-$efficiency ในการสร้างแผนแบบที่มีจุดสูญหายเป็นจุดใด ๆ บนแผนแบบ โดยสมมติให้ $\Xi$ เป็นเซตของแผนแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดบนพื้นที่ของแผนแบบ $\chi$ ให้ $\Theta$ เป็นเซตของจุดทั้งหมดของแผนแบบและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบซึ่งอยู่ใน $\Theta$ ต้องการแผนแบบ $\xi^*$ จากเงื่อนไขตามสมการ (3.1)

$$\xi^* = \arg\max_{\xi\in\Xi} \operatorname*{med}_{\mathbf{x}_i\in\Theta} \left|\mathbf{M}(\xi_{-\mathbf{x}_i})\right| \tag{3.1}$$

เมื่อ $\mathbf{M}(\xi_{-\mathbf{x}_i})$ คือเมทริกซ์โมเมนต์ของแผนแบบที่ไม่มีจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}_i$ เรียกแผนแบบที่ได้จากสมการ (3.1) ว่าแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบดีที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหายโดยใช้ค่ามัธยฐาน (Med $D-$optimal Robust Exact Design) สำหรับการวัดค่าจะสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบที่มีขนาดเหลือ $N-1$ มาวัดเกณฑ์ $D-$efficiency ตามปกติ จะได้เกณฑ์ $D-$efficiency ที่วัดจากแผนแบบขนาด $N-1$ จำนวน $N$ ค่าแล้วนำมาคำนวณค่ามัธยฐาน มีเกณฑ์วัดประสิทธิภาพดังสมการ (3.2)

$$\text{Med } D-\text{efficiency}= \underset{\mathbf{x}_i \in \Theta}{\text{med}} \frac{\left|\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}} \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}\right|^{1/p}}{N-1} \times 100 \qquad (3.2)$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ

#### 3.1.2 Med $G-$optimality

เกณฑ์สร้างแผนแบบนี้มีจุดประสงค์ในการใช้ค่ามัธยฐานของเกณฑ์ $G-$efficiency ในการสร้างแผนแบบที่มีจุดสูญหายเป็นจุดใด ๆ บนแผนแบบ โดยสมมติให้ $\Xi$ เป็นเซตของแผนแบบที่เป็นไปได้ทั้งหมดบนพื้นที่ของแผนแบบ $\chi$ ให้ $\Theta$ เป็นเซตของจุดทั้งหมดของแผนแบบและ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบซึ่งอยู่ใน $\Theta$ ต้องการแผนแบบ $\xi^*$ จากเงื่อนไขตามสมการ (3.3)

$$\xi^* = \arg \underset{\xi \in \Xi}{\text{med}} \underset{\mathbf{x}_i \in \Theta}{\max} \left[ \underset{\mathbf{x} \in \chi}{\max} \mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}} \mathbf{M}^{-1}(\xi_{-\mathbf{x}_i}) \mathbf{x}^{(m)} \right] \qquad (3.3)$$

เมื่อ $\mathbf{M}^{-1}(\xi_{-\mathbf{x}_i})$ คือส่วนกลับของเมทริกซ์โมเมนต์ที่ไม่มีจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}_i$ แผนแบบที่ได้จากสมการ (3.3) เรียกว่าแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดแบบจีที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหายโดยใช้ค่ามัธยฐาน (Med $G-$optimal Robust Exact Design) การวัดค่าจะสมมติให้จุดของแผนแบบตั้งแต่จุดแรกถึงจุดสุดท้ายเป็นข้อมูลสูญหายทีละจุด นำแผนแบบที่มีขนาดเหลือ $N-1$ มาวัดเกณฑ์ $G-$efficiency ตามปกติ จะได้เกณฑ์ $G-$efficiency ที่วัดจากแผนแบบขนาด $N-1$ จำนวน $N$ ค่า แล้วนำมาคำนวณค่ามัธยฐาน ได้เกณฑ์วัดประสิทธิภาพดังสมการ (3.4)

$$\text{Med } G-\text{efficiency}= \underset{\mathbf{x}_i \in \Theta}{\text{med}} \frac{p}{\underset{\mathbf{x} \in \chi}{\max} (N-1) \mathbf{x}^{(m)^{\mathrm{T}}} (\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}^{\mathbf{T}} \mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i})^{-1} \mathbf{x}^{(m)}} \times 100 \qquad (3.4)$$

โดยที่ $\mathbf{X}_{-\mathbf{x}_i}$ คือเมทริกซ์ตัวแบบที่สมมุติให้ $\mathbf{x}_i$ เป็นจุดของแผนแบบที่สูญหาย $p=(k+1)(k+2)/2$ คือจำนวนพารามิเตอร์ในตัวแบบเมื่อ $k$ คือจำนวนตัวแปร $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบ $\mathbf{x}^{(m)}$ คือจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบ $\chi$

Ref. code: 25595809030017HIP

### 3.2 ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม (Genetic Algorithm: GA)

ขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมในการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่เหมาะสมที่สุดที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหาย (Alphabetic Optimal Robust Exact Response Surface Designs) เขียนคำสั่งโดยใช้โปรแกรม Matlab (MATLAB, R2014a) สำหรับขั้นตอนในหนึ่งรุ่นของวิธีเชิงพันธุกรรมมีทั้งหมด 4 ขั้นตอน โดยจะแสดงตัวอย่างลำดับขั้นตอนดังต่อไปนี้

#### 3.2.1 ขั้นตอนการสร้างโครโมโซมชุดตั้งต้น (Initiation)

คำว่าโครโมโซมในที่นี้คือเมทริกซ์ของแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีขนาด $N \times k$ แทนด้วยเมทริกซ์ $\mathbf{D}$ คือ

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1k} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{Nk} \end{bmatrix}_{N\times k}$$

ที่มี $-1 \le x_{ij} \le 1$ โดยที่ $i = 1,2,3,\ldots,N$ และ $j = 1,2,3,\ldots,k$ โดยที่ $N$ คือจำนวนจุดของแผนแบบการทดลอง และ $k$ คือจำนวนตัวแปรในการทดลอง นำโครโมโซมที่สร้างมาทำเป็นเมทริกซ์ของตัวแบบอันดับที่สอง (Second-order Model Matrix) จะได้เมทริกซ์ $\mathbf{X}$ คือ

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & \cdots & x_{1k} & x_{11}x_{12} & \cdots & x_{1(k-1)}x_{1k} & x_{11}^2 & \cdots & x_{1k}^2 \\ 1 & x_{21} & \cdots & x_{2k} & x_{21}x_{22} & \cdots & x_{2(k-1)}x_{2k} & x_{21}^2 & \cdots & x_{2k}^2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_{N1} & \cdots & x_{Nk} & x_{N1}x_{N2} & \cdots & x_{N(k-1)}x_{Nk} & x_{N1}^2 & \cdots & x_{Nk}^2 \end{bmatrix}_{N\times p}$$

เมทริกซ์ $\mathbf{X}$ มาคำนวณค่า $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right|$ เพื่อใช้ในการคัดเลือกโครโมโซมเบื้องต้น เกณฑ์ที่ใช้ในการเลือกโครโมโซมคือต้องมีค่า $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right| \ge 10^{-4}$ เนื่องจากถ้าค่า $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right|$ มีค่าต่ำมาก ๆ จะทำให้การคำนวณค่า $\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}$ ไม่สามารถทำได้ในโปรแกรม MATLAB สำหรับค่า $\left(\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right)^{-1}$ เป็นค่าที่ต้องใช้ในการคำนวณค่า $G-$efficiency และ Min $G-$efficiency หากคำนวณหาค่าดังกล่าวไม่ได้ การสร้างแผนแบบที่ดีที่สุดก็ไม่สามารถทำได้เช่นกัน ดังนั้นเมื่อ

สร้างโครโมโซมแล้วได้โครโมโซมที่มีค่า $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right| < 10^{-4}$ จะต้องทำการสร้างโครโมโซมขึ้นใหม่จนกว่าจะได้โครโมโซมที่มีค่า $\left|\mathbf{X}^{\mathrm{T}}\mathbf{X}\right| \geq 10^{-4}$

จำนวนโครโมโซมทั้งหมดเป็นจำนวนคู่แทนด้วย $M$ เก็บโครโมโซมในตัวแปรที่สร้างจากคำสั่ง cell(1,M) คำสั่งนี้จะสร้างตัวแปรประเภท cell ขนาด 1 x M เนื่องจากตัวแปรประเภท cell นี้สามารถเก็บค่าได้หลากหลายรูปแบบรวมไปถึงค่าที่เป็นเมทริกซ์และมีหลักการใช้คล้ายกับตัวแปร array ในโปรแกรม R

### 3.2.2 ขั้นตอนการเลือกคู่โครโมโซม (Selection)

การเลือกคู่โครโมโซมเป็นขั้นตอนในวิธีเชิงพันธุกรรมที่ทำขึ้นเพื่อสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่ที่มีค่าเกณฑ์การวัดผลของแผนแบบการทดลองไม่ต่ำกว่าโครโมโซมรุ่นเก่า ประกอบด้วย 2 ส่วนคือ การเลือกคู่โครโมโซมที่ดีที่สุด และการเลือกคู่โครโมโซมที่ใช้ในการสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่ รายละเอียดของแต่ละส่วนมีดังนี้

#### 3.2.2.1 การเลือกคู่โครโมโซมที่ดีที่สุด

เกณฑ์การเลือกคู่โครโมโซมที่ดีที่สุดคือเกณฑ์ตามแผนแบบที่ต้องการสร้าง เช่น ต้องการสร้างแผนแบบ $D-$optimal ดังนั้นเราสร้างโครโมโซมมาจำนวน $M$ โครโมโซม คำนวณค่า $D-$efficiency ให้ทุกโครโมโซมและเลือกโครโมโซมที่มีค่า $D-$efficiency สูงที่สุด 2 โครโมโซมเป็นคู่โครโมโซมที่ดีที่สุด

จำนวนโครโมโซมที่ดีที่สุดขึ้นอยู่กับจำนวนโครโมโซมทั้งหมดหรือ $M$ ที่สร้างขึ้น หาก $M$ มีค่าเป็นจำนวนคู่ก็จะเลือกโครโมโซมที่ดีที่สุดมา 2 โครโมโซม และเรียกเป็นคู่โครโมโซมที่ดีที่สุด กรณีเดียวกันหาก $M$ มีค่าเป็นจำนวนคี่ ก็จะเลือกโครโมโซมที่ดีที่สุดเพียงโครโมโซมเดียวและเรียกเป็นโครโมโซมที่ดีที่สุด ในที่นี้กำหนด $M$ เป็นจำนวนคู่ ดังนั้นจะเลือกกรณีที่เป็นคู่โครโมโซมที่ดีที่สุด คู่โครโมโซมที่ถูกเลือกจะไม่ถูกนำไปสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่ แต่จะถูกเก็บไว้และนำมาเทียบกับโครโมโซมรุ่นใหม่ในภายหลัง คู่โครโมโซมที่ดีที่สุดจะถูกเลือกใหม่ทุกครั้งที่จุดเริ่มของแต่ละรุ่นของวิธีเชิงพันธุกรรม

#### 3.2.2.2 การเลือกคู่โครโมโซมที่ใช้ในการสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่

โครโมโซมทั้งหมดจากขั้นตอนการเลือกคู่โครโมโซมที่ดีที่สุดจะเหลือ $M-2$ โครโมโซม เมื่อทำการจับคู่โครโมโซมที่เหลือได้ทั้งหมด $(M-2)/2$ คู่

Ref. code: 25595809030017HIP

โครโมโซม การจับคู่จะใช้การสุ่มแบบไม่คืนที่เลือกตำแหน่งในตัวแปร cell ของโครโมโซมมาทีละตำแหน่งจนได้ครบ 2 ตำแหน่ง จากนั้นนำโครโมโซมทั้ง 2 โครโมโซมจากตำแหน่งที่ถูกเลือกไปทำขั้นตอนการสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่จนครบทั้ง $(M-2)/2$ คู่

**3.2.3 ขั้นตอนการสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่ (Reproduction)**

การสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่เป็นขั้นตอนต่อจากขั้นตอนการเลือกคู่โครโมโซมขั้นที่ 2 ในหนึ่งรุ่นของวิธีเชิงพันธุกรรมจะมีการสร้างโครโมโซมรุ่นใหม่ทั้งหมด $(M-2)/2$ ครั้ง ได้โครโมโซมรุ่นใหม่ทั้งหมด $M-2$ โครโมโซม ในขั้นตอนนี้คู่โครโมโซมที่ถูกเลือกจะถูกเปลี่ยนแปลงค่าในโครโมโซมตามกระบวนการเชิงพันธุกรรม กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{[]}$ ให้แต่ละกระบวนการ โดยให้ [ ] เป็นชื่อของแต่ละกระบวนการ การเปลี่ยนแปลงค่าจะเปลี่ยนทั้งแถวหรือทีละค่าของโครโมโซมขึ้นอยู่กับประเภทของกระบวนการเปลี่ยนแปลงและจะเกิดขึ้นเมื่อสุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ ให้แต่ละแถวหรือแต่ละค่าของโครโมโซมแล้ว $\alpha$ ของแถวหรือค่าดังกล่าวมีค่าน้อยกว่า $\alpha_{[]}$ เรียกแถวหรือค่านั้นเป็นแถวหรือค่าที่ผ่านการทดสอบความน่าจะเป็นหรือ PTIP (The Probability Test is Pass)

กระบวนการเปลี่ยนแปลงค่าในโครโมโซมตามรูปแบบเชิงพันธุกรรมประกอบด้วย การเปลี่ยนแปลง 2 ประเภทคือ การเปลี่ยนแปลงจากการแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างโครโมโซม และการเปลี่ยนแปลงจากการกลายพันธุ์ของโครโมโซม

**3.2.3.1 การแลกเปลี่ยนข้อมูลระหว่างโครโมโซม (Crossover)**

การเปลี่ยนแปลงประเภทนี้เป็นการเปลี่ยนแปลงค่าในโครโมโซมด้วยค่าของโครโมโซมที่เป็นคู่กัน โครโมโซมรุ่นใหม่จะมีลักษณะของโครโมโซมรุ่นเก่าทั้งสองโครโมโซม ในที่นี้แทนโครโมโซมรุ่นเก่าด้วยโครโมโซม $\mathbf{A}$ และโครโมโซม $\mathbf{B}$ และแทนโครโมโซมรุ่นใหม่ว่าโครโมโซม $\mathbf{A}^*$ และโครโมโซม $\mathbf{B}^*$ การเปลี่ยนแปลงที่ใช้ในงานวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ประกอบด้วยการผสม (Blending) และการแลกเปลี่ยนค่าระหว่างโครโมโซม (Swap) มีรายละเอียดดังนี้

Ref. code: 25595809030017HIP

**1) การเปลี่ยนแปลงโดยการผสม (Blending)**

การเปลี่ยนแปลงแบบ Blending หรือการผสมจะทำให้ค่าในโครโมโซมหนึ่งผสมเข้ากับค่าในอีกโครโมโซมด้วยอัตราส่วนค่าหนึ่ง โครโมโซมรุ่นใหม่จากการผสมจะได้โครโมโซมที่มีค่าจากโครโมโซมรุ่นเก่าทั้งสองโครโมโซม มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับทดสอบ PTIP $\alpha_{blend}$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$

3. ค่าในแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP จะผสมกับค่าในแถวของโครโมโซม $\mathbf{B}$ ที่ถูกเลือกอย่างสุ่ม ส่วนแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ไม่ PTIP จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงและให้ค่าเดิมกับโครโมโซม $\mathbf{A}^*$

4. สุ่มอัตราการผสมจากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\beta$

มีสูตรในการผสมคือ

$$A_a^* = \beta A_a + (1-\beta)B_b \quad \text{และ} \quad B_b^* = \beta B_b + (1-\beta)A_a$$

เมื่อ $A_a^*$ คือ ค่าใหม่ในแถว $a$ ของโครโมโซม $\mathbf{A}^*$

$A_a$ คือ ค่าเดิมในแถว $a$ ของโครโมโซม $\mathbf{A}$

$B_b^*$ คือ ค่าใหม่ในแถว $b$ ของโครโมโซม $\mathbf{B}^*$

$B_b$ คือ ค่าเดิมในแถว $b$ ของโครโมโซม $\mathbf{B}$

5. ทำตามข้อ 3 และ 4 ไปทีละแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$ จากบนลงล่างตามลำดับจนครบ N แถว จะได้โครโมโซม $\mathbf{A}^*$ เป็นโครโมโซมรุ่นใหม่จากโครโมโซม $\mathbf{A}$

สำหรับบางกรณีแถวในโครโมโซม $\mathbf{B}$ แถวหนึ่งจะถูกนำมาผสมมากกว่าหนึ่งครั้ง เนื่องจากแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP มีโอกาสสุ่มเลือกแถวของโครโมโซม $\mathbf{B}$ ซ้ำกัน กรณีนี้เกิดขึ้นยากและไม่มีผลมากนัก เพราะค่าในแถวของโครโมโซม $\mathbf{B}$

Ref. code: 25595809030017HIP

จะผสมกับแถวในโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP ไล่ไปทีละแถวตามลำดับคำสั่งของโปรแกรม ตัวอย่างเช่น

1. แถวที่ 1 และ 3 เป็นแถวที่ PTIP ของโครโมโซม $\mathbf{A}$

2. สุ่มเลือกโครโมโซม $\mathbf{B}$ ได้แถวที่ 1 ทั้งคู่

3. จะได้แถวที่ 1 ของโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{B}^*$ ครั้งแรกจากการผสมแถวที่ 1 ของโครโมโซม $\mathbf{B}$ กับแถวที่ 1 ของโครโมโซม $\mathbf{A}$

4. และจะได้แถวที่ 1 ของโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{B}^*$ ครั้งที่สองจากการผสมแถวที่ 1 ของโครโมโซม $\mathbf{B}$ กับแถวที่ 3 ของโครโมโซม $\mathbf{A}$

5. ค่าที่ใช้จริงของแถวที่ 1 ของโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{B}^*$ จะมาจากข้อ 4 เพราะเป็นลำดับการผสมครั้งล่าสุด

**ตัวอย่างขั้นตอน Blending**

สมมติให้ $\mathbf{A}$ และ $\mathbf{B}$ เป็นเมทริกซ์ของโครโมโซมที่มี $N = 7$ และ $k = 2$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.935 & 0.513 \\ 0.135 & 0.684 \\ -0.351 & 0.313 \\ -0.646 & -0.438 \\ 0.648 & 0.345 \\ 0.814 & -0.897 \\ 0.158 & -0.864 \end{bmatrix}$$

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{blend} = 0.2$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-0.151 & 0.446\\ 0.842 & 0.113\\ 0.214 & -0.331\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & 0.478\\ 0.984 & 0.915\end{bmatrix} \qquad \alpha=\begin{bmatrix}0.156\\ 0.684\\ 0.843\\ 0.546\\ 0.684\\ 0.013\\ 0.492\end{bmatrix}$$

3. ตัวอย่างนี้โครโมโซม **A** แถวที่ 1 และแถวที่ 6 เท่านั้นที่ PTIP ดังนั้น แถวอื่น ๆ จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่า สำหรับแถวที่ 1 สุ่มได้แถวที่ 4 ของโครโมโซม **B** และสำหรับแถวที่ 6 สุ่มได้แถวที่ 2 ของโครโมโซม **B**

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-0.151 & 0.446\\ 0.842 & 0.113\\ 0.214 & -0.331\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & 0.478\\ 0.984 & 0.915\end{bmatrix} \qquad \mathbf{B}=\begin{bmatrix}0.935 & 0.513\\ 0.135 & 0.684\\ -0.351 & 0.313\\ -0.646 & -0.438\\ 0.648 & 0.345\\ 0.814 & -0.897\\ 0.158 & -0.864\end{bmatrix}$$

4. สุ่มอัตราการผสมจากการแจกแจงเอกรูป (0,1) แทนด้วยสัญลักษณ์ $\beta$

สำหรับแถวที่ 1 ของโครโมโซม **A** สุ่มได้ $\beta_1 = 0.781$

สำหรับแถวที่ 6 ของโครโมโซม **A** สุ่มได้ $\beta_6 = 0.458$

5. ดังนั้นมีการผสมดังนี้

โครโมโซม $\mathbf{A}^*$ แถวที่ 1 คู่กับโครโมโซม $\mathbf{B}^*$ แถวที่ 4

$$A_1^* = \beta_1 A_1 + (1-\beta_1)B_4 \text{ และ } B_4^* = \beta_1 B_4 + (1-\beta_1)A_1$$

แทนค่า

$$A_1^* = 0.781[-0.151 \quad 0.446] + (1-0.781)[-0.646 \quad -0.438]$$

$$A_1^* = [-0.118 \quad 0.348] + [-0.141 \quad -0.096]$$

$$A_1^* = [-0.259 \quad 0.252]$$

และ

$$B_4^* = 0.781[-0.646 \quad -0.438] + (1-0.781)[-0.151 \quad 0.446]$$

$$B_4^* = [-0.505 \quad -0.342] + [-0.044 \quad 0.130]$$

$$B_4^* = [-0.548 \quad -0.212]$$

โครโมโซม $\mathbf{A}^*$ แถวที่ 6 คู่กับโครโมโซม $\mathbf{B}^*$ แถวที่ 2

$A_6^* = \beta_6 A_6 + (1-\beta_6)B_2$ และ $B_2^* = \beta_6 B_2 + (1-\beta_6)A_6$

แทนค่า

$$A_6^* = 0.458[0.381 \quad 0.478] + (1-0.458)[0.135 \quad 0.684]$$

$$A_6^* = [0.174 \quad 0.219] + [0.073 \quad 0.371]$$

$$A_6^* = [0.248 \quad 0.590]$$

และ

$$B_2^* = 0.458[0.135 \quad 0.684] + (1-0.458)[0.381 \quad 0.478]$$

$$B_2^* = [0.062 \quad 0.313] + [0.207 \quad 0.259]$$

$$B_2^* = [0.268 \quad 0.572]$$

ดังนั้นได้คู่โครโมโซมรุ่นใหม่คือ

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} -0.259 & 0.252 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.248 & 0.590 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} 0.935 & 0.513 \\ 0.268 & 0.572 \\ -0.351 & 0.313 \\ -0.548 & -0.212 \\ 0.648 & 0.345 \\ 0.814 & -0.897 \\ 0.158 & -0.864 \end{bmatrix}$$

Ref. code: 25595809030017HIP

**2) การเปลี่ยนแปลงโดยการแลกเปลี่ยนค่าระหว่างโครโมโซม (Swap)**

ขั้นตอน Swap จะแลกเปลี่ยนค่าในโครโมโซมหนึ่งกับค่าในอีกโครโมโซมทีละแถว ทำให้โครโมโซม $\mathbf{A}^*$ มีค่าจากโครโมโซม $\mathbf{B}$ และโครโมโซม $\mathbf{B}^*$ มีค่าจากโครโมโซม $\mathbf{A}$ ขั้นตอนนี้ไม่มีการเปลี่ยนแปลงค่าที่แลกเปลี่ยนกัน มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับ PTIP $\alpha_{swap}$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$

3. แถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP จะถูกแลกเปลี่ยนค่ากับแถวในโครโมโซม $\mathbf{B}$ ที่ถูกเลือกอย่างสุ่ม ส่วนแถวในโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ไม่ PTIP จะไม่มีการแลกเปลี่ยนกับโครโมโซม $\mathbf{B}$ และให้ค่าเดิมกับโครโมโซม $\mathbf{A}^*$

**ตัวอย่างขั้นตอน Swap**

สมมติให้ $\mathbf{A}$ และ $\mathbf{B}$ เป็นเมทริกซ์ของแผนแบบที่มี $N = 7$ และ $k = 2$

*โครโมโซมตัวอย่างเดียวกันกับ Blending

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.935 & 0.513 \\ 0.135 & 0.684 \\ -0.351 & 0.313 \\ -0.646 & -0.438 \\ 0.648 & 0.345 \\ 0.814 & -0.897 \\ 0.158 & -0.864 \end{bmatrix}$$

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{swap} = 0.2$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละแถวของโครโมโซม $\mathbf{A}$

Ref. code: 25595809030017HIP

$$
\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-0.151 & 0.446\\ 0.842 & 0.113\\ 0.214 & -0.331\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & 0.478\\ 0.984 & 0.915\end{bmatrix}
\qquad
\alpha=\begin{bmatrix}0.543\\ 0.463\\ \boxed{0.054}\\ 0.843\\ 0.715\\ 0.348\\ 0.384\end{bmatrix}
$$

3. ตัวอย่างนี้แถวที่ 3 ของโครโมโซม **A** เท่านั้นที่ PTIP และสุ่มเลือกได้แถวที่ 5 ของโครโมโซม **B** ดังนั้นสำหรับแถวอื่น ๆ ของโครโมโซม **A** จะไม่มีการแลกเปลี่ยนแถวกับโครโมโซม **B**

$$
\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-0.151 & 0.446\\ 0.842 & 0.113\\ \boxed{0.214} & \boxed{-0.331}\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & 0.478\\ 0.984 & 0.915\end{bmatrix}
\qquad
\mathbf{B}=\begin{bmatrix}0.935 & 0.513\\ 0.135 & 0.684\\ -0.351 & 0.313\\ -0.646 & -0.438\\ \boxed{0.648} & \boxed{0.345}\\ 0.814 & -0.897\\ 0.158 & -0.864\end{bmatrix}
$$

4. โครโมโซมรุ่นใหม่เป็นดังนี้

$$
\mathbf{A}^{*}=\begin{bmatrix}-0.151 & 0.446\\ 0.842 & 0.113\\ \boxed{0.648} & \boxed{0.345}\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & 0.478\\ 0.984 & 0.915\end{bmatrix}
\qquad
\mathbf{B}^{*}=\begin{bmatrix}0.935 & 0.513\\ 0.135 & 0.684\\ -0.351 & 0.313\\ 0.648 & -0.438\\ \boxed{0.214} & \boxed{-0.331}\\ 0.814 & -0.897\\ 0.158 & -0.864\end{bmatrix}
$$

### 3.2.3.2 การกลายพันธุ์ของโครโมโซม (Mutation)

การเปลี่ยนแปลงประเภทนี้เป็นการเปลี่ยนแปลงค่าภายในโครโมโซมโดยไม่มีการเกี่ยวข้องกับโครโมโซมที่เป็นคู่กัน ในที่นี้แทนโครโมโซมรุ่นเก่าด้วยโครโมโซม $\mathbf{A}$ และแทนโครโมโซมรุ่นใหม่ว่าโครโมโซม $\mathbf{A}^*$ การเปลี่ยนแปลงที่ใช้ในงานวิจัยนี้ประกอบด้วยการเปลี่ยนเครื่องหมาย (Sign Change) การเปลี่ยนค่าศูนย์ (Zero Genes) การเปลี่ยนค่ากึ่งกลาง (Half Genes) การเปลี่ยนค่าสุดขีด (Extreme Genes) และการเปลี่ยนค่าทีละน้อย (Creep) มีรายละเอียดดังนี้

**1) การเปลี่ยนเครื่องหมาย (Sign Change)**

การเปลี่ยนเครื่องหมายของค่าในโครโมโซมจะทำให้มีการเปลี่ยนบริเวณจุดของแผนแบบเช่น ในกรณีที่ $k = 2$ จะทำให้จุดของแผนแบบเปลี่ยนบริเวณไปยัง Quadrant อื่น มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับ PTIP $\alpha_{sign}$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

3. ค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP จะถูกคูณด้วย -1 เพื่อให้เปลี่ยนเป็นค่าตรงข้ามก่อนใส่ในโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$

**ตัวอย่างขั้นตอน Sign change**

สมมติให้ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ของแผนแบบที่มี $N = 7$ และ $k = 2$

*โครโมโซมตัวอย่าง $\mathbf{A}$ เดียวกันกับ Blending

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix}$$

Ref. code: 25595809030017HIP

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{sign} = 0.1$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \alpha = \begin{bmatrix} \boxed{0.084} & 0.149 \\ 0.513 & 0.161 \\ 0.352 & \boxed{0.006} \\ 0.213 & 0.519 \\ 0.231 & 0.154 \\ \boxed{0.015} & 0.588 \\ 0.762 & 0.932 \end{bmatrix}$$

3. เปลี่ยนค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP ได้โครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$ เป็นดังนี้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \boxed{-0.151} & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & \boxed{-0.331} \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ \boxed{0.381} & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} \boxed{0.151} & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & \boxed{0.331} \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ \boxed{-0.381} & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix}$$

**2) การเปลี่ยนค่าศูนย์ (Zero Genes)**

แผนแบบพื้นผิวตอบสนองนั้นมีค่ากลางของจุดที่เป็นไปได้ในการออกแบบในแต่ละตัวแปรเท่ากับศูนย์ จึงเป็นไปได้ที่โครโมโซมที่ดีที่สุดจะมีค่าที่เท่ากับศูนย์ประกอบอยู่ในโครโมโซม มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับ PTIP $\alpha_{zero}$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

3. ค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP จะถูกเปลี่ยนให้เท่ากับศูนย์ ก่อนใส่ในโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$

Ref. code: 25595809030017HIP

**ตัวอย่างขั้นตอน Zero genes**

สมมติให้ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ของแผนแบบที่มี $N = 7$ และ $k = 2$

*โครโมโซมตัวอย่าง $\mathbf{A}$ เดียวกันกับ Blending

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix}$$

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{zero} = 0.1$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \alpha = \begin{bmatrix} 0.468 & 0.832 \\ \boxed{0.017} & 0.943 \\ 0.521 & 0.351 \\ 0.283 & \boxed{0.005} \\ \boxed{0.003} & 0.845 \\ 0.123 & 0.149 \\ 0.138 & 0.738 \end{bmatrix}$$

3. เปลี่ยนค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP โครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$ เป็นดังนี้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ \boxed{0.842} & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & \boxed{0.254} \\ \boxed{-0.514} & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ \boxed{0} & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & \boxed{0} \\ \boxed{0} & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix}$$

**3) การเปลี่ยนค่ากึ่งกลาง (Half Genes)**

การสร้างแผนแบบพื้นผิวที่มีความแกร่งต่อค่าสูญหายด้วยขั้นตอนวิธีแลกเปลี่ยนจุดของ Srisuradetchai (2015) พบว่ามีแผนแบบพื้นผิวมีที่เหมาะสมที่สุด 2 ตัวแปรมีค่าของจุดบางจุดในแผนแบบเท่ากับ 0.5 ที่เป็นค่ากึ่งกลางระหว่างค่า 0 กับ 1 และมีค่าบางค่าในแผนแบบที่เท่ากับ -0.5 ที่เป็นค่ากึ่งกลางระหว่างค่า -1 กับ 0 ซึ่งการเปลี่ยนแปลงก่อนหน้านี้การจะได้ค่า 0.5 หรือ -0.5 เป็นไปได้ยาก จึงทำการเปลี่ยนค่าบางค่าในโครโมโซมให้มีค่าครึ่งหนึ่งจากค่าเดิมด้วยวิธี PTIP มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับ PTIP $\alpha_{half}$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

3. ค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP จะถูกหารด้วยจำนวนตัวแปรหรือ $k$ ก่อนใส่ในโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$

**ตัวอย่างขั้นตอน Half genes**

สมมติให้ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ของแผนแบบที่มี $N = 7$ และ $k = 2$

*โครโมโซมตัวอย่าง $\mathbf{A}$ เดียวกันกับ Blending

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix}$$

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{half} = 0.1$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-0.151 & 0.446\\ 0.842 & 0.113\\ 0.214 & -0.331\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & 0.478\\ 0.984 & 0.915\end{bmatrix} \qquad \alpha=\begin{bmatrix}0.834 & \boxed{0.023}\\ 0.286 & 0.154\\ 0.643 & 0.483\\ 0.931 & 0.251\\ 0.572 & 0.194\\ 0.792 & \boxed{0.008}\\ \boxed{0.035} & 0.642\end{bmatrix}$$

3. เปลี่ยนค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP โครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$ เป็นดังนี้

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}-0.151 & \boxed{0.446}\\ 0.842 & 0.113\\ 0.214 & -0.331\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & \boxed{0.478}\\ \boxed{0.984} & 0.915\end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^*=\begin{bmatrix}-0.151 & \boxed{0.223}\\ 0.842 & 0.113\\ 0.214 & -0.331\\ 0 & 0.254\\ -0.514 & -0.678\\ 0.381 & \boxed{0.239}\\ \boxed{0.492} & 0.915\end{bmatrix}$$

**4) การเปลี่ยนค่าสุดขีด (Extreme Genes)**

แผนแบบพื้นผิวตอบสนองมีค่าสูงสุดเท่ากับ 1 และค่าต่ำสุดเท่ากับ -1 สามารถเรียกค่าทั้งสองว่าเป็นค่าสุดขีดของแผนแบบ ดังนั้นมีความเป็นไปได้ที่โครโมโซมที่เหมาะสมที่สุดจะมีค่าที่เท่ากับค่าสุดขีดตัวใดตัวหนึ่งหรือทั้งสองตัวประกอบอยู่ในโครโมโซม มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับ PTIP $\alpha_{extreme}$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

3. ค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP จะถูกแทนที่ด้วย -1 หรือ 1 อย่างสุ่ม แล้วแทนในโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$

**ตัวอย่างขั้นตอน Extreme genes**

สมมติให้ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ของแผนแบบที่มี $N=7$ และ $k=2$

*โครโมโซมตัวอย่าง $\mathbf{A}$ เดียวกันกับ Blending

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix}$$

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{extreme} = 0.1$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \alpha=\begin{bmatrix} 0.513 & 0.681 \\ 0.612 & 0.743 \\ 0.812 & 0.184 \\ \boxed{0.015} & 0.845 \\ 0.310 & \boxed{0.097} \\ 0.188 & 0.132 \\ 0.843 & \boxed{0.054} \end{bmatrix}$$

3. เปลี่ยนค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP โครโมโซมรุ่นใหม่เป็นดังนี้

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ \boxed{0} & 0.254 \\ -0.514 & \boxed{-0.678} \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & \boxed{0.915} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^{*}=\begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ \boxed{1} & 0.254 \\ -0.514 & \boxed{-1} \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & \boxed{-1} \end{bmatrix}$$

**5) การเปลี่ยนค่าทีละน้อย (Creep)**

ขั้นตอนนี้จะเปลี่ยนค่าในแผนแบบทีละน้อยเหมือนกับเกิดการกลายพันธุ์ในโครโมโซม ค่าในโครโมโซมจะเปลี่ยนแปลงไปเรื่อย ๆ จนเข้าค่าสู่โครโมโซมที่ดีที่สุดเมื่อสร้างโครโมโซมหลาย ๆ รุ่น มีขั้นตอนคือ

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็นสำหรับ PTIP $\alpha_{creep}$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

3. ค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP จะถูกบวกด้วยค่าจากการแจกแจงปกติมาตรฐานใส่ในโครโมโซมรุ่นใหม่ $\mathbf{A}^*$ หากค่าใหม่มีค่าต่ำกว่า -1 หรือสูงกว่า 1 จะให้ค่าใหม่มีค่าเท่ากับ -1 และ 1 ตามลำดับ

**ตัวอย่างขั้นตอน Creep**

สมมติให้ $\mathbf{A}$ เป็นเมทริกซ์ของแผนแบบที่มี $N = 7$ และ $k = 2$

*โครโมโซมตัวอย่าง $\mathbf{A}$ เดียวกันกับ Blending

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix}$$

1. กำหนดค่าความน่าจะเป็น $\alpha_{creep} = 0.1$

2. สุ่มค่าความน่าจะเป็น $\alpha$ จากการแจกแจงเอกรูป (0, 1) ให้แต่ละตำแหน่งของค่าในโครโมโซม $\mathbf{A}$

Ref. code: 25595809030017HIP

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \alpha = \begin{bmatrix} 0.843 & 0.358 \\ \boxed{0.021} & 0.312 \\ 0.846 & 0.358 \\ 0.648 & 0.771 \\ 0.128 & \boxed{0.057} \\ 0.463 & 0.815 \\ \boxed{0.009} & 0.437 \end{bmatrix}$$

2. สุ่มค่า creep หรือค่าที่จะนำมาเปลี่ยนค่าในโครโมโซมที่ PTIP ในที่นี้ตำแหน่งที่ไม่ PTIP แทนด้วย – (Dash)

$$creep = \begin{bmatrix} - & - \\ \boxed{-0.121} & - \\ - & - \\ - & - \\ - & \boxed{0.152} \\ - & - \\ \boxed{0.519} & - \end{bmatrix}$$

3. เปลี่ยนค่าของโครโมโซม $\mathbf{A}$ ที่ PTIP โครโมโซมรุ่นใหม่เป็นดังนี้

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ \boxed{0.842} & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & \boxed{-0.678} \\ 0.381 & 0.478 \\ \boxed{0.984} & 0.915 \end{bmatrix} \qquad \mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ \boxed{0.721} & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & \boxed{-0.526} \\ 0.381 & 0.478 \\ \boxed{1} & 0.915 \end{bmatrix}$$

ค่าในแถวสุดท้ายตัวแปรแรกมีค่าเดิมเท่ากับ 0.984 บวก creep เท่ากับ 0.519 ได้เท่ากับ 1.503 ซึ่งมากกว่าค่าสูงสุดจึงให้เท่ากับ 1

### 3.2.4 ขั้นตอนตรวจสอบค่าประสิทธิภาพ (Convergence checking)

คู่โครโมโซมรุ่นใหม่จากขั้นตอน Reproduction จะถูกนำไปเปรียบเทียบค่าเกณฑ์การวัดผลที่สนใจเป็นรายโครโมโซมกับคู่โครโมโซมรุ่นเก่า ตัวอย่างเช่น คู่โครโมโซมรุ่นเก่าที่ถูกเลือกเข้าขั้นตอน Reproduction คือ

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.842 & 0.113 \\ 0.214 & -0.331 \\ 0 & 0.254 \\ -0.514 & -0.678 \\ 0.381 & 0.478 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0.935 & 0.513 \\ 0.135 & 0.684 \\ -0.351 & 0.313 \\ -0.646 & -0.438 \\ 0.648 & 0.345 \\ 0.814 & -0.897 \\ 0.158 & -0.864 \end{bmatrix}$$

มีค่าเกณฑ์ $D-$efficiency เท่ากับ 7.3459 และ 13.7609 ตามลำดับ และสมมติให้โครโมโซมรุ่นใหม่ที่ได้จากขั้นตอน Reproduction คือ

$$\mathbf{A}^* = \begin{bmatrix} -0.151 & 0.446 \\ 0.214 & 0.578 \\ -0.382 & -0.366 \\ 0.447 & -1 \\ 1 & -1 \\ 0.381 & 1 \\ 0.984 & 0.915 \end{bmatrix} \quad \text{และ} \quad \mathbf{B}^* = \begin{bmatrix} -0.514 & -0.678 \\ 0.135 & 1 \\ 0.444 & 0.735 \\ -0.646 & -0.438 \\ 0.640 & 0.447 \\ 0.367 & -0.266 \\ -1 & 0.864 \end{bmatrix}$$

มีค่าเกณฑ์ $D-$efficiency เท่ากับ 14.2162 และ 11.854 ตามลำดับ ในกรณีนี้โครโมโซม $\mathbf{A}^*$ มีค่า $D-$efficiency สูงกว่าโครโมโซม $\mathbf{A}$ ดังนั้นในรอบนี้โครโมโซม $\mathbf{A}$ จะถูกแทนที่ด้วยโครโมโซม $\mathbf{A}^*$ ที่เป็นโครโมโซมรุ่นใหม่ ในทางกลับกันโครโมโซม $\mathbf{B}^*$ มีค่า $D-$efficiency ต่ำกว่าโครโมโซม $\mathbf{B}$ ดังนั้น เก็บค่าโครโมโซม $\mathbf{B}$ ที่เป็นโครโมโซมรุ่นเก่า

ขั้นตอนการสร้างและตรวจสอบค่าเกณฑ์การวัดผลที่สนใจของโครโมโซมรุ่นใหม่นี้มีทั้งหมด $(M-2)/2$ ครั้งต่อการสร้างโครโมโซมหนึ่งรุ่น เมื่อสร้างโครโมโซมครบหนึ่งรุ่นแล้วจะหาโครโมโซมที่ดีที่สุดของโครโมโซมรุ่นนั้น จากนั้นจึงจะสร้างโครโมโซมรุ่นถัดไป ในหนึ่งรอบของ GA จะกำหนดจำนวนรุ่นโครโมโซมทั้งหมด จำนวนรุ่นสูงสุดของการ

ซ้ำกันของค่าเกณฑ์การวัดผลที่สนใจ และค่าเปลี่ยนแปลงต่ำสุดของค่าเกณฑ์การวัดผลที่สนใจระหว่างแต่ละรุ่นของโครโมโซมไว้เพื่อป้องกันไม่ให้มีการเกิดการสร้างจำนวนรุ่นโครโมโซมไม่รู้จบ

### 3.3 การกำหนดค่าพารามิเตอร์ในวิธีการจำลอง

ในงานวิจัยนี้ค่าพารามิเตอร์ที่ต้องกำหนดค่าในวิธีการจำลองมี 3 หัวข้อหลักประกอบไปด้วยขนาดของแผนแบบที่ต้องการศึกษา จำนวนจุดที่เป็นไปได้ในการคำนวณค่า SPV และขอบเขตที่เกี่ยวข้องกับขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม มีรายละเอียดดังต่อไปนี้

#### 3.3.1 การกำหนดขนาดของแผนแบบที่ต้องการศึกษา

โดยทั่วไปจำนวนจุดของแผนแบบการทดลองสำหรับตัวแบบอันดับที่สองจะถูกกำหนดให้มีค่ามากกว่าหรือเท่ากับจำนวนพารามิเตอร์ในแผนแบบการทดลองซึ่งคือ

$$p = \binom{k+2}{2} = (k+2)(k+1)/2$$

จะได้ $p = 6$ สำหรับ $k = 2$ และได้ $p = 10$ สำหรับ $k = 3$ แต่วิทยานิพนธ์นี้เราจะสมมติให้มีค่าข้อมูลสูญหายหนึ่งค่าหรือให้จุดของแผนแบบหนึ่งจุดเป็นค่าข้อมูลสูญหาย ดังนั้นจะต้องเพิ่มจุดของแผนแบบการทดลองอีกหนึ่งจุด นั่นคือสำหรับแผนแบบการทดลองที่มีจำนวนตัวแปร $k = 2$ ให้จำนวนจุดของแผนแบบการทดลอง $N = 7,8,9,10$ จุด และสำหรับจำนวนตัวแปร $k = 3$ ให้จำนวนจุดของแผนแบบการทดลอง $N = 11,12,13$ จุด สร้างแผนแบบการทดลองจากเกณฑ์ Min $D-$efficiency, Med $D-$efficiency, Min $G-$efficiency และ Med $G-$efficiency และเรียกแผนแบบที่ได้ว่า แผนแบบ Min $D-$optimal, แผนแบบ Med $D-$optimal, แผนแบบ Min $G-$optimal และแผนแบบ Med $G-$optimal ตามลำดับ

#### 3.3.2 การกำหนดจำนวนจุดที่เป็นไปได้ในการคำนวณค่า SPV

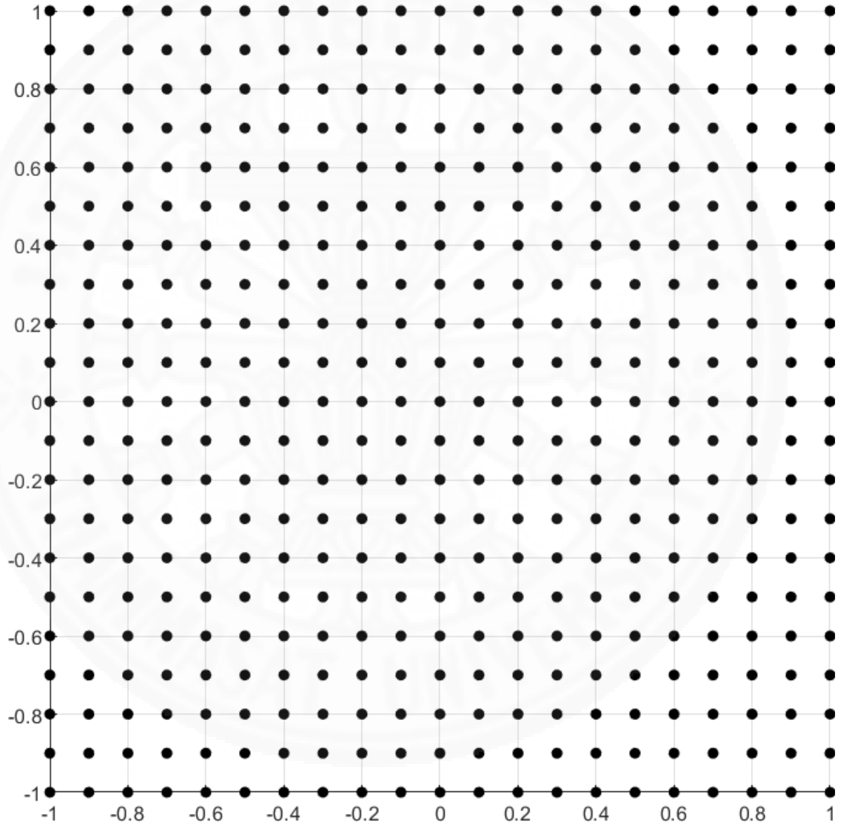
การสร้างแผนแบบที่ใช้เกณฑ์แบบจีเช่นแผนแบบ Min $G-$optimal robust designs และ Med $G-$optimal robust designs นั้น การคำนวณค่า SPV จากทุกจุดที่เป็นไปได้บนพื้นที่ของแผนแบบ (Design Space) $\chi$ ไม่สามารถทำได้เนื่องจาก

Ref. code: 25595809030017HIP

ข้อจำกัดของโปรแกรมที่ใช้ ดังนั้นจึงกำหนดจำนวนจุดที่เป็นไปได้หรือ $x^{(m)}$ ในการคำนวณค่า SPV ที่ใช้ในการสร้างสำหรับแผนแบบที่ใช้เกณฑ์แบบจีดังนี้

**3.3.2.1 จุดที่เป็นไปได้สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$**

สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ กำหนดให้ระยะห่างระหว่างจุดที่เป็นไปได้เท่ากับ $0.1$ จะได้จุดที่เป็นไปได้ที่ใช้คำนวณค่า SPV ทั้งหมดจำนวน $21^2$=441 จุด ดังภาพที่ 3.1

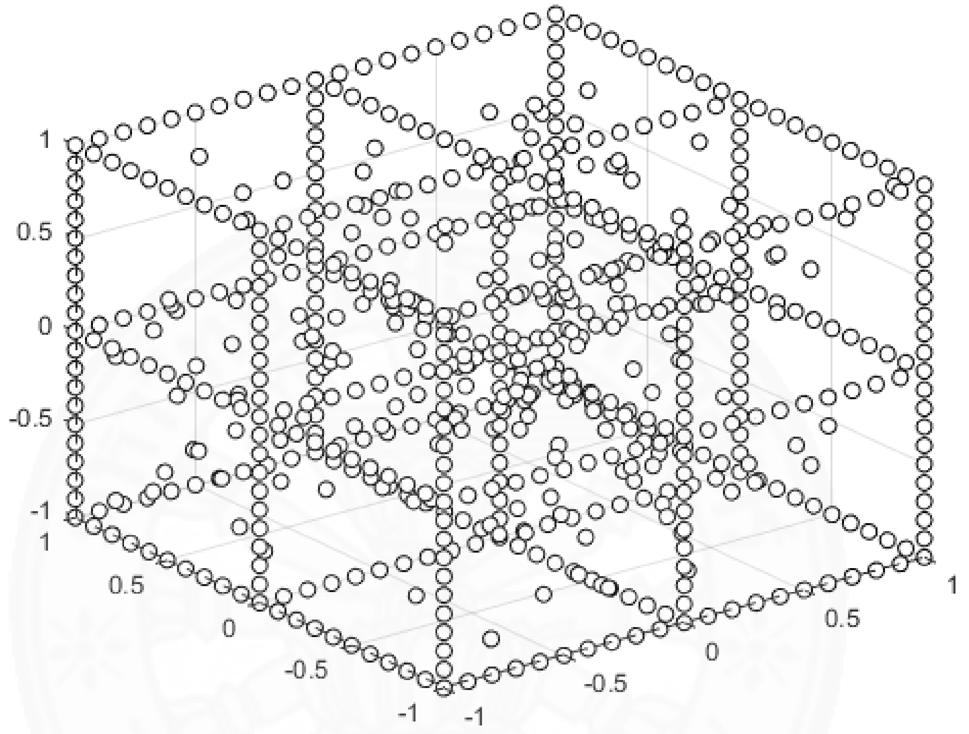



**ภาพที่ 3.1** จุดที่เป็นไปได้ที่ใช้ในการคำนวณค่า SPV หรือ $x^{(m)}$ สำหรับสร้างแผนแบบที่มี $k=2$

**3.3.2.2 จุดที่เป็นไปได้สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$**

สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ หากกำหนดให้ระยะห่างระหว่างจุดที่เป็นไปได้เท่ากับ $0.1$ จะได้จุดที่เป็นไปได้มากเกินกว่าที่โปรแกรมจะนำไปคำนวณหาค่า SPV ได้ จึงกำหนดให้ระยะห่างระหว่างจุดที่เป็นไปได้เท่ากับ $0.1$ เฉพาะที่บริเวณขอบและกึ่งกลางของพื้นที่กราฟที่ใช้คำนวณค่า SPV ได้จุดที่

เป็นไปได้ทั้งหมดจากส่วนนี้เท่ากับ 567 จุด (มีซ้ำบางจุดเช่นจุด $(0,0,0)$) ส่วนพื้นที่ว่างด้านในจะได้จากการสุ่มจุดที่เป็นไปได้อีก 200 จุด รวมจุดที่เป็นไปได้ที่ใช้ในการสร้างแผนแบบแบบจีที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ ทั้งหมด 767 จุด ดังภาพที่ 3.2




**ภาพที่ 3.2** จุดที่เป็นไปได้ที่ใช้ในการคำนวณค่า SPV หรือ $x^{(m)}$ สำหรับสร้างแผนแบบที่มี $k=3$

### 3.3.3 การกำหนดขอบเขตเกี่ยวกับขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม

สำหรับขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรม กำหนดจำนวนโครโมโซมเริ่มต้น 80 โครโมโซม กำหนดจำนวนรุ่นสูงสุดของโครโมโซมเท่ากับ 18,000 และ 21,000 รุ่นสำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปรเท่ากับ 2 และ 3 ตัวแปรตามลำดับ จำนวนรุ่นสูงสุดของโครโมโซมนี้มีค่าเท่ากับจำนวนรุ่นสูงสุดของโครโมโซมจากงานวิจัยของ Borkowski (2003) และกำหนดให้หยุดขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมเมื่อจำนวนซ้ำสูงสุดของค่าเกณฑ์การวัดผลที่สนใจสูงสุดมากกว่าหรือเท่ากับ 6,000 ซ้ำ หรือเมื่อค่าเกณฑ์การวัดผลที่สนใจระหว่างแต่ละรุ่นของโครโมโซมแตกต่างกันน้อยกว่าหรือเท่ากับ $10^{-4}$ นอกจากนี้มีกำหนดลำดับขั้นตอนในการ Reproduction และการกำหนดค่า $\alpha_{[]}$ ในการเปลี่ยนแปลงโครโมโซม ในที่นี้ลำดับและค่า $\alpha_{[]}$ ที่กำหนด เป็นผลลัพธ์จากการที่ผู้ทำวิทยานิพนธ์ทดลองสร้างแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมที่สุดให้ได้ใกล้เคียงกับแผนแบบของ Borkowski (2003) มีรายละเอียดคือ

**ลำดับขั้นตอนในการ Reproduction**

**ขั้นตอนที่ 1** Blending (1) $\alpha_{blend} = (0.2, 0.05)$

**ขั้นตอนที่ 2** Swap (1) $\alpha_{swap} = (0.2, 0.05)$

**ขั้นตอนที่ 3** Creep $\alpha_{creep} = (0.1, 0.01)$

**ขั้นตอนที่ 4** Sign change $\alpha_{sign} = (0.1, 0.01)$

**ขั้นตอนที่ 5** Zero genes $\alpha_{zero} = (0.1, 0.01)$

**ขั้นตอนที่ 6** Extreme genes $\alpha_{extreme} = (0.1, 0.01)$

**ขั้นตอนที่ 7** Half genes $\alpha_{half} = (0.1, 0.01)$

**ขั้นตอนที่ 8** Creep $\alpha_{creep} = (0.1, 0.01)$

**ขั้นตอนที่ 9** Swap (2) $\alpha_{swap} = (0.2, 0.05)$

**ขั้นตอนที่ 10** Blending (2) $\alpha_{blend} = (0.2, 0.05)$

การเปลี่ยนแปลงแบบ Crossover คือขั้นตอน Blending และ Swap เกิดขึ้นขั้นตอนละ 2 ครั้งเพราะขั้นตอนวิธีเชิงพันธุกรรมดังกล่าวมีการเปลี่ยนแปลงที่เกิดจากการ PTIP ที่โครโมโซมแรกของคู่โครโมโซมเท่านั้น ส่วนการเปลี่ยนแปลงของโครโมโซมที่สองในคู่โครโมโซมเป็นเพียงการสุ่มเลือกขึ้น ดังนั้นจึงต้องมีการเรียกใช้ขั้นตอนดังกล่าวอีกครั้งโดยสลับลำดับในการเรียกโครโมโซม นอกจากนี้มีการเปลี่ยนแปลงแบบ Mutation อีกหนึ่งขั้นตอนที่เรียกใช้ 2 ครั้งคือขั้นตอน Creep เพราะขั้นตอน Creep มีลักษณะการเปลี่ยนแปลงแบบต่อเนื่องไม่เหมือนขั้นตอนอื่น ๆ ในการเปลี่ยนแปลงแบบ Mutation จึงเรียกใช้ 2 ครั้งเพื่อให้ GA มีการเปลี่ยนค่าแบบต่อเนื่องที่ชัดเจนขึ้น

การกำหนดค่า $\alpha_{[]}$ สำหรับขั้นตอน Crossover (Blending, Swap) จะให้เท่ากับ 0.2 เมื่อรุ่นของโครโมโซมปัจจุบันมีค่าน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนรุ่นสูงสุดของโครโมโซมและเท่ากับ 0.05 เมื่อรุ่นของโครโมโซมปัจจุบันมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับครึ่งหนึ่งของจำนวนรุ่นสูงสุดของโครโมโซม และสำหรับขั้นตอน Mutation (Sign Change, Zero Genes, Half Genes, Extreme Genes, Creep) จะเท่ากับ 0.1 เมื่อรุ่นของโครโมโซมปัจจุบันมีค่าน้อยกว่าหนึ่งส่วนสี่ของจำนวนรุ่นสูงสุดของโครโมโซมและเท่ากับ 0.01 เมื่อรุ่นของโครโมโซมปัจจุบันมีค่ามากกว่าหรือเท่ากับหนึ่งส่วนสี่ของจำนวนรุ่นสูงสุดของโครโมโซม การกำหนดค่านี้เป็นไปตามแนวคิดที่ว่าการเกิด Mutation ของจริงในธรรมชาติเป็นไปได้ยากกว่าการ Crossover และจาก Borkowski (2003) กำหนดให้โอกาสเกิดการเปลี่ยนแปลงของโครโมโซมน้อยลงเมื่อสร้างโครโมโซมไปถึงโครโมโซมรุ่นหนึ่ง

Ref. code: 25595809030017HIP

# บทที่ 4
# ผลการวิจัยและอภิปรายผล

ผลลัพธ์และการเปรียบเทียบแผนแบบของการวิจัยนี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนที่ 1 คือการเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีในการสร้างแผนแบบที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่สร้างด้วยเกณฑ์ที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุด โดยเปรียบเทียบระหว่างแผนแบบที่สร้างด้วย GA กับแผนแบบที่สร้างด้วย EA และส่วนที่ 2 คือการเปรียบเทียบเกณฑ์การสร้างแผนแบบ โดยจะเปรียบเทียบแผนแบบที่สร้างจากเกณฑ์ความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงใหม่โดยใช้ค่ามัธยฐานกับแผนแบบที่สร้างจากเกณฑ์ที่เหมาะสมที่สุดและแผนแบบที่สร้างจากเกณฑ์ความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุด ผลการศึกษาเป็นดังนี้

## 4.1 การเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีในการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายด้วยเกณฑ์แบบดีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุด

แผนแบบ Min $D-$optimal ที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ บางแผนแบบ เช่นแผนแบบขนาด $N=8$ และ $N=9$ มีจุดของแผนแบบเหมือนกันทั้งแผนแบบที่สร้างจาก EA และ GA ลักษณะของแผนแบบขนาด $N=8$ เป็นดังภาพที่ 4.3 และ 4.4 มีจุดของแผนแบบคือ $(\pm1,\pm1)$, $(\pm1,0)$ และ $(0,\pm1)$ และแผนแบบขนาด $N=9$ มีลักษณะดังภาพที่ 4.5 และ 4.6 มีจุดของแผนแบบคือ $(\pm1,\pm1)$, $(\pm1,0)$, $(0,\pm1)$ และ $(0,0)$ ส่วนแผนแบบขนาด $N=7$ และ $N=10$ นั้น ได้เกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) ของแผนแบบที่สร้างจาก GA มีค่าสูงกว่าเกณฑ์ของแผนแบบที่สร้างจาก EA เพียงเล็กน้อย ค่าที่เพิ่มขึ้นนี้ได้จากจุดแบบต่อเนื่องของ GA ซึ่งไม่สามารถทำได้ใน EA เนื่องจากการทำการแลกเปลี่ยนจุดโดยมีทศนิยมตั้งแต่ 2 ตำแหน่งขึ้นไปจะมีจำนวนจุดที่เป็นไปได้และเวลาที่ใช้ในการสร้างแผนแบบมหาศาล สำหรับแผนแบบขนาด $N=7$ ที่สร้างโดย EA และ GA จะมีลักษณะที่แตกต่างกันดังภาพที่ 4.1 และ 4.2 แต่สำหรับแผนแบบขนาด $N=10$ แล้วจะเห็นว่าแผนแบบที่สร้างโดย GA จากภาพที่ 4.8 มีลักษณะเหมือนกับแผนแบบที่สร้างโดย EA ดังภาพที่ 4.7 เพียงแต่แผนแบบที่สร้างโดย GA จะระบุจุดของแผนแบบได้ละเอียดกว่าแผนแบบที่สร้างโดย EA

ตารางที่ 4.1 แสดงเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดี ($D-$efficiency) เกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดี (Med $D-$efficiency) และค่าเฉลี่ยของเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่ง

จุดแบบดี (Leave-one-out $D-$efficiency) ของทุก ๆ แผนแบบที่สร้างขึ้น พบว่าแผนแบบที่สร้างจาก GA มีค่าของเกณฑ์ทุก ๆ เกณฑ์สูงกว่าหรือเท่ากับเกณฑ์ของแผนแบบที่สร้างจาก EA

สำหรับแผนแบบ Min $D-$optimal ที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ พบว่าแผนแบบทุกขนาดที่สร้างจาก GA นั้นมีค่าเกณฑ์วัดผลทั้ง 4 เกณฑ์สูงกว่าแผนแบบที่สร้างจาก EA เล็กน้อยดังแสดงในตารางที่ 4.2 เช่นเดียวกับกรณีที่แผนแบบมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ค่าที่เพิ่มขึ้นได้มาจากจุดแบบต่อเนื่องของ GA ซึ่งไม่สามารถทำได้ใน EA เนื่องจากการทำการแลกเปลี่ยนจุดโดยมีทศนิยมตั้งแต่ 2 ตำแหน่งขึ้นไปจะมีจำนวนจุดที่เป็นไปได้และเวลาที่ใช้ในการสร้างแผนแบบมหาศาล และยิ่งใช้เวลาในการสร้างแผนแบบมากขึ้นอีกเมื่อจำนวนตัวแปรเพิ่มขึ้น

Ref. code: 25595809030017HIP

**ตารางที่ 4.1** เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก EA และ GA

| N | Algorithm | D-efficiency | Min D | Med D | Leave-one-out (Mean D) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | Exchange | 40.5674 | 31.5756 | 31.5756 | 33.2396 | (±1, -1), (±1, 0.7), (0, ±1), (0, 0)* |
| | Genetic | 40.9343 | 31.6883 | 31.7902 | 33.7616 | (±1, -1), (-1, 0.1924), (-0.4666, 1), (-0.1775, -0.5799), (1, -0.2747), (1, 1) |
| 8 | Exchange | 45.4280 | 38.5145 | 40.8727 | 40.8727 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1)* |
| | Genetic | 45.4280 | 38.5145 | 40.8727 | 40.8727 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1) |
| 9 | Exchange | 46.2241 | 39.5810 | 45.4280 | 42.8293 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1), (0, 0)* |
| | Genetic | 46.2241 | 39.5810 | 45.4280 | 42.8293 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1), (0, 0) |
| 10 | Exchange | 44.5166 | 40.4043 | 41.9657 | 42.3082 | (±1, ±1), (-1, -0.5), (-1, 1), (0, 0.1), (0.3, -1), (0.5, 1), (1, -0.2)* |
| | Genetic | 44.7694 | 40.4664 | 42.2662 | 42.5406 | (±1, ±1), (-1, -0.4974), (-1, 1), (-0.1099, 0.0357), (0.2490, -1), (0.4579, 1), (1, -0.1881) |

* แผนแบบที่สร้างจาก EA โดย Srisuradetchai (2015)



Ref. code: 25595809030017HIP

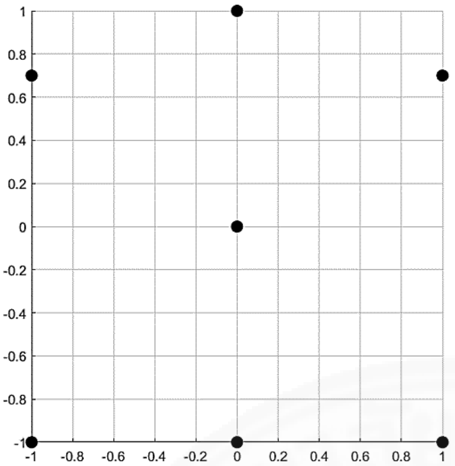
**ตารางที่ 4.2** เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก EA และ GA

| N | Algorithm | D-efficiency | Min D | Med D | Leave-one-out (Mean D) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | Exchange | 41.8891 | 34.8231 | 35.0049 | 36.0156 | (-1, -1, -1), (-1, 1, 1), (-0.9, 0, 0.1), (-0.8, -1, 1), (-0.7, 1, -1), (0.1, 0, 1), (0.2, 1, -0.1), (0.7, -1, -1), (1, -1, 0.8), (1, 0.8, -1), (1, 1, 1)* |
| | Genetic | 42.6260 | 34.8495 | 36.9480 | 36.6299 | (-1, -1, -0.9996), (-1, 1, 0.9916), (-0.999, -1, 0.9937), (-0.8074, 1, -1), (-0.0876, -0.9956, 0.0029), (-0.0046, 0.0119, 1), (0.8192, 1, 1), (0.5152, -1, -1), (1, -1, 0.9985), (1, 0, 0.0015), (1, 1, -1) |
| 12 | Exchange | 44.9210 | 38.9736 | 39.9828 | 40.5934 | (±1, ±1, ±1), (-1, 0, 1), (0, 0.1, -1), (0, 1, 0), (1, -0.1, 0)* |
| | Genetic | 44.9615 | 38.9736 | 40.0259 | 40.6234 | (±1, ±1, ±1), (-1, 0, 1), (0, 0.0515, -1), (0, 1, 0), (1, -0.0515, 0) |
| 13 | Exchange | 45.4427 | 40.2586 | 41.5212 | 42.2234 | (-1, ±1, ±1), (-1, -0.1, 0.1), (0.9, 1, -1), (0.1, -1, -0.1), (0.1, 0.1, 1), (1, -1, ±1), (1, -0.1, -1), (1, 1, 0.1), (1, 1, 1)* |
| | Genetic | 45.4722 | 40.2709 | 41.6147 | 42.2564 | (-1, ±1, ±1), (-1, -0.1097, 0.1097), (0.9002, 1, -1), (0.0892, -1, -0.0993), (0.0495, 0.0993, 1), (1, -1, ±1), (1, -0.0993, -1), (1, 1, 0.0495), (1, 1, 1) |

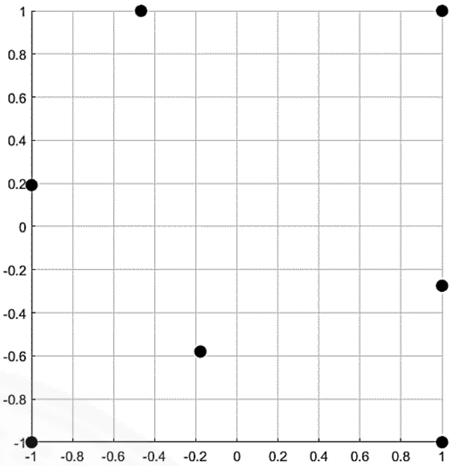
* แผนแบบที่สร้างจาก EA โดย Srisuradetchai (2015)



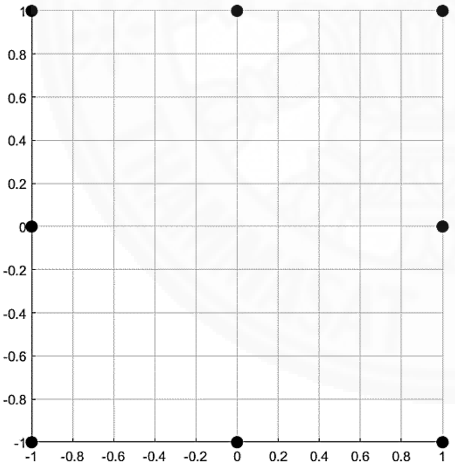
Ref. code: 25595809030017HIP



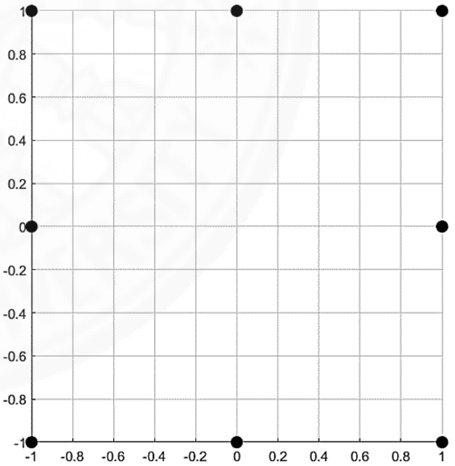

**ภาพที่ 4.1** $N = 7$ $k = 2$ Min $D -$optimal robust design by EA



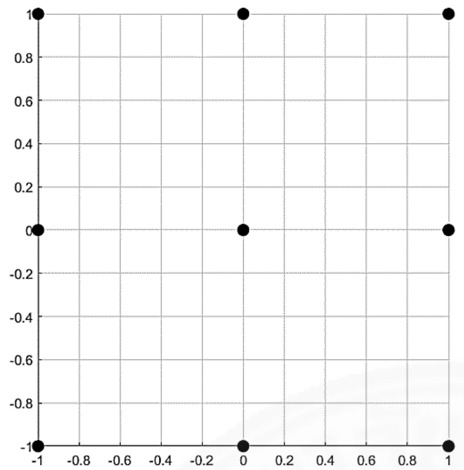

**ภาพที่ 4.2** $N = 7$ $k = 2$ Min $D -$optimal robust design by GA



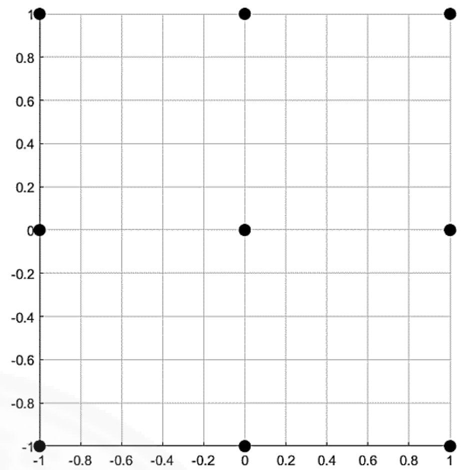

**ภาพที่ 4.3** $N = 8$ $k = 2$ Min $D -$optimal robust design by EA



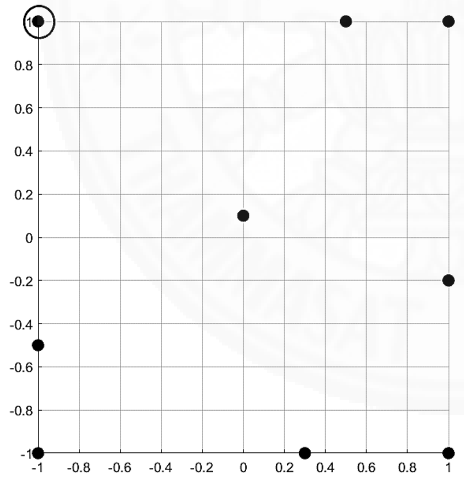

**ภาพที่ 4.4** $N = 8$ $k = 2$ Min $D -$optimal robust design by GA




**ภาพที่ 4.5** $N=9$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by EA

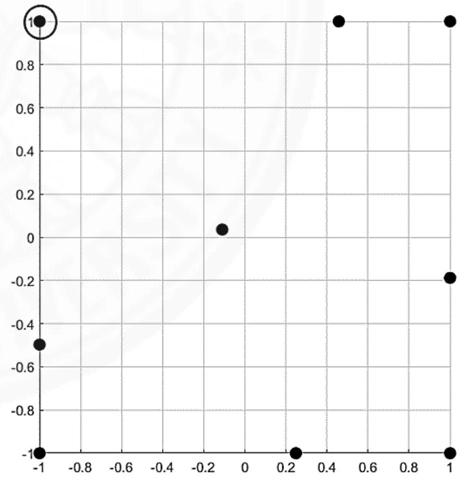



**ภาพที่ 4.6** $N=9$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by GA




**ภาพที่ 4.7** $N=10$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by EA

*จุดที่วงไว้คือมีซ้ำ 2 ครั้งในแผนแบบ




**ภาพที่ 4.8** $N=10$ $k=2$ Min $D-$optimal robust design by GA

*จุดที่วงไว้คือมีซ้ำ 2 ครั้งในแผนแบบ

Ref. code: 25595809030017HIP

**4.2 การเปรียบเทียบขั้นตอนวิธีในการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายด้วยเกณฑ์แบบจีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุด**

แผนแบบ Min $G-$optimal ที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ จากการสร้างด้วย GA ได้ค่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Min $G-$efficiency) ที่สูงขึ้นจากแผนแบบที่สร้างจาก EA แต่หากพิจารณาที่จุดของแผนแบบแล้วจะพบว่าแผนแบบจาก EA และ GA นั้นแตกต่างกันเพียงเล็กน้อย ตัวอย่างเช่นที่แผนแบบ $N=8$ มีจุดของแผนแบบที่สร้างจาก EA คือ $\{(\pm1,\pm1),(-1,-0.3),(-0.3,1),(0.3,-1),(1,0.3)\}$ มีลักษณะของแผนแบบดังภาพที่ 4.11 ส่วนแผนแบบที่สร้างจาก GA มีจุดของแผนแบบคือ $\{(\pm1,\pm1),(-1,-0.3022),(-0.3022,1),$ $(0.3022,-1),(1,0.3022)\}$ ดังภาพที่ 4.12 ซึ่งเห็นได้ว่ามีความแตกต่างที่ทศนิยมตำแหน่งที่ 3 และ 4 เท่านั้น ลักษณะที่ใกล้เคียงกันของจุดของแผนแบบนี้เป็นเช่นเดียวกันในแผนแบบทุกขนาดดังภาพที่ 4.9 – 4.16 นอกจากนี้หากพิจารณาค่าเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี ($G-$efficiency) เกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี (Med $G-$efficiency) และค่าเฉลี่ยของเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อมีข้อมูลสูญหายหนึ่งจุดแบบจี (Leave-one-out $G-$efficiency) ประกอบดังที่แสดงในตารางที่ 4.3 พบว่านอกจากแผนแบบขนาด $N=7$ แล้ว ความแตกต่างของเกณฑ์ข้างต้นมีค่าน้อยกว่า $0.6$ ในทุกเกณฑ์ ซึ่งแสดงว่าสำหรับเกณฑ์แบบจีการมีค่า Min $G-$efficiency ที่สูงขึ้นไม่ได้ทำให้ค่า $G-$efficiency ของแผนแบบสูงขึ้นเหมือนกับในเกณฑ์แบบดีเสมอไป ตัวอย่างเช่นที่แผนแบบขนาด $N=10$ ค่า Min $G-$efficiency ของแผนแบบ EA และ GA เท่ากับ $31.2233$ และ $31.7089$ ตามลำดับ แผนแบบขนาดดังกล่าวมีค่า $G-$efficiency ของแผนแบบ EA และ GA เท่ากับ $78.6298$ และ $78.3637$ ตามลำดับ นั่นคือแผนแบบที่สร้างจาก GA ได้ค่า Min $G-$efficiency ที่สูงขึ้นแต่ได้ค่า $G-$efficiency ที่ต่ำกว่าแผนแบบที่สร้างจาก EA

แผนแบบ Min $G-$optimal ที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่ทุกขนาดจุดของแผนแบบที่สร้างจาก GA นั้นมีค่า Min $G-$efficiency สูงกว่าแผนแบบที่สร้างจาก EA ประมาณ 0.4 นอกจากนี้จากตารางที่ 4.4 จะเห็นว่าแผนแบบ GA ได้ค่า Min $G-$efficiency สูงขึ้นแต่ได้ค่า $G-$ และ leave-one-out $G-$efficiency ต่ำลง ส่วนค่า Med $G-$efficiency นั้น GA ต่ำกว่า EA เล็กน้อยที่แผนแบบขนาด $N=11$ ส่วนที่แผนแบบขนาดอื่นแผนแบบที่สร้างจาก GA ให้ค่า Med $G-$efficiency สูงกว่าแผนแบบ EA ทั้งนี้สามารถสังเกตความแตกต่างได้ชัดเจนขึ้นเมื่อจำนวนจุดของแผนแบบเพิ่มขึ้น

Ref. code: 25595809030017HIP

**ตารางที่ 4.3** เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก EA และ GA

| N | Algorithm | G-efficiency | Min G | Med G | Leave-one-out (Mean G) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | Exchange | 37.4269 | 9.3632 | 10.0782 | 14.9361 | (±1, -1), (-1, 1), (-0.6, 0.2), (-0.3, -1), (0.2, 1), (1, 0.4)* |
| | Genetic | 35.0715 | 9.9635 | 10.1688 | 14.2102 | (-1, -0.9949), (-1, 0.995), (-0.5584, 0.3226), (-0.2848, -1), (0.1984, 1), (0.9692, -1), (1, 0.3863) |
| 8 | Exchange | 47.8846 | 18.3553 | 25.9948 | 25.9948 | (±1, ±1), (-1, -0.3), (-0.3, 1), (0.3, -1), (1, 0.3)* |
| | Genetic | 47.7157 | 18.3732 | 25.9655 | 25.9655 | (±1, ±1), (-1, -0.3022), (-0.3022, 1), (0.3022, -1), (1, 0.3022) |
| 9 | Exchange | 73.6434 | 23.9848 | 30.3371 | 32.8611 | (±1, ±1), (-1, 0.5), (-0.5, -1), (0, 0), (0.5, 1), (1, -0.5)* |
| | Genetic | 73.9627 | 24.0119 | 29.7853 | 32.9501 | (-1, -0.9926), (-1, 0.4999), (-0.9935, 1), (-0.5003, -1), (-0.0029, -0.0007), (0.5002, 1), (0.9997, -1), (1, -0.4998), (1, 0.9956) |
| 10 | Exchange | 78.6298 | 31.2233 | 33.2633 | 42.0814 | (±1, ±1), (±1, -0.5), (±0.6, 1), (0, -1), (0, 0)* |
| | Genetic | 78.3637 | 31.7089 | 32.8844 | 41.999 | (±1, ±1), (-0.9981, -0.4998), (-0.6022, 0.9932), (0, -0.9983), (0.0132, 0.0275), (0.5997, 0.9974), (1.0000, -0.5005) |

* แผนแบบที่สร้างจาก EA โดย Srisuradetchai (2015)



Ref. code: 25595809030017HIP

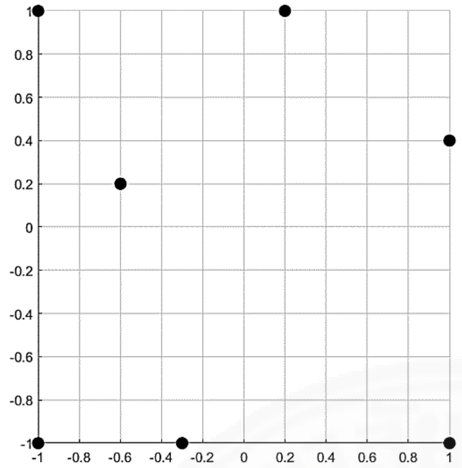
**ตารางที่ 4.4** เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก EA และ GA

| N | Algorithm | G-efficiency | Min G | Med G | Leave-one-out (Mean G) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | Exchange | 39.4711 | 7.4423 | 8.4678 | 9.4924 | (-1, -1, 1), (-1, 0.6, -0.6), (-0.8, -1, -0.3), (-0.8, 1, 1), (-0.4, -0.1, -1), (-0.2, 1, -1), (0.2, -0.2, 0.2), (1, -1, ±1), (1, 0.9, -0.7), (1, 1, 1)* |
| | Genetic | 38.5225 | 7.7201 | 8.3221 | 9.4735 | (-1, -1, 1), (-1, 0.5996, -0.5996), (-0.7998, -1, -0.3007), (-0.7998, 1, 1), (-0.4018, -0.0447, -1), (-0.1984, 1, -0.9859), (0.1984, -0.1984, 0.1984), (1, -1, -0.9859), (1, 0.8997, -0.7032), (1, ±1, 1) |
| 12 | Exchange | 54.1679 | 13.3897 | 15.9133 | 18.4496 | (±1, ±1, ±1), (-0.1, -0.1, -0.1), (0, 1, 1), (1, 0.1, 1), (1, 1, 0)* |
| | Genetic | 44.2809 | 13.6883 | 16.3616 | 16.8604 | (-1, -1, 0.9999), (-1, 1, -0.0001), (-1, 1, 1), (-0.9996, -0.9996, -1), (-0.997, 1, -1), (-0.3429, -0.343, -0.3408), (-0.0004, 1, -0.9948), (0.9998, -0.9999, 0.9998), (1, -1, -0.9996), (1, 0.1004, 1), (1, 1, ±1) |
| 13 | Exchange | 56.6977 | 15.9043 | 19.6859 | 24.3375 | (-1, -1, 0.2), (-1, -0.2, 1), (-1, 0.1, -0.6), (-1, 1, ±1), (-0.7, -1, -1), (-0.2, -1, 1), (0.1, 0, -0.1), (1, -1, ±1), (1, 0.8, -1), (1, 1, 0), (1, 1, 1)* |
| | Genetic | 44.8054 | 16.3660 | 20.9120 | 22.9776 | (-1, -1, 1), (-1, 0.1003, -0.5996), (-1, 1, 0.1997), (-1, 1, ±1), (-0.7003, -1, -1), (-0.1997, -1, 1), (0.1003, -0.0003, -0.1003), (1, -1, ±1), (1, 0.7997, -1), (1, 1, -0.003), (1, 1, 1) |

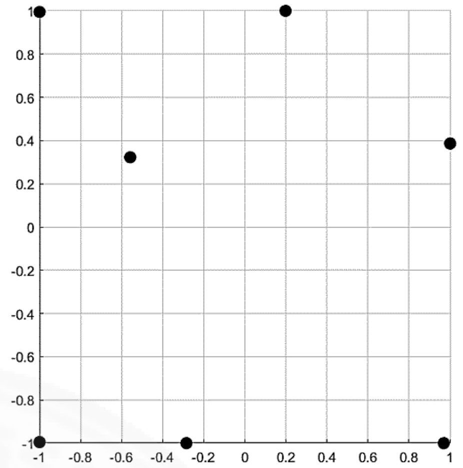
* แผนแบบที่สร้างจาก EA โดย Srisuradetchai (2015)



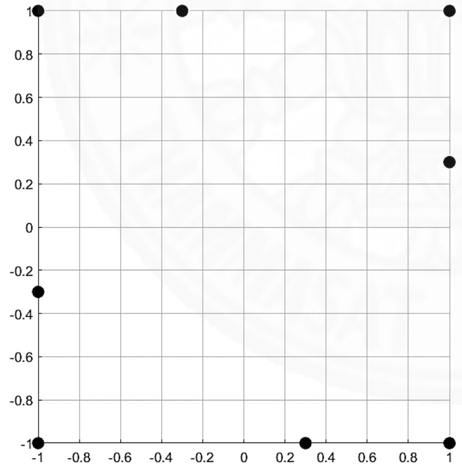
Ref. code: 25595809030017HIP



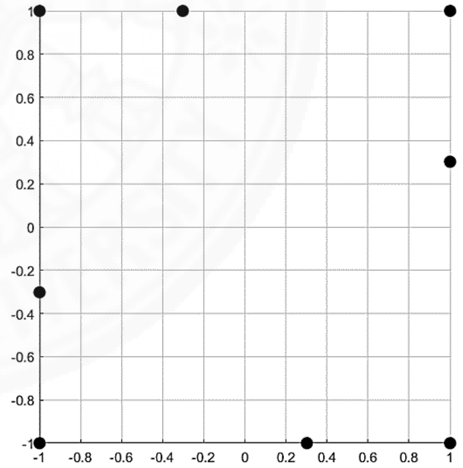

**ภาพที่ 4.9** $N = 7$ $k = 2$ Min $G -$optimal robust design by EA




**ภาพที่ 4.10** $N = 7$ $k = 2$ Min $G -$optimal robust design by GA

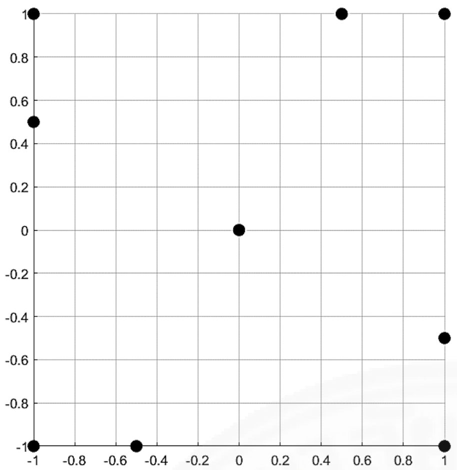



**ภาพที่ 4.11** $N = 8$ $k = 2$ Min $G -$optimal robust design by EA

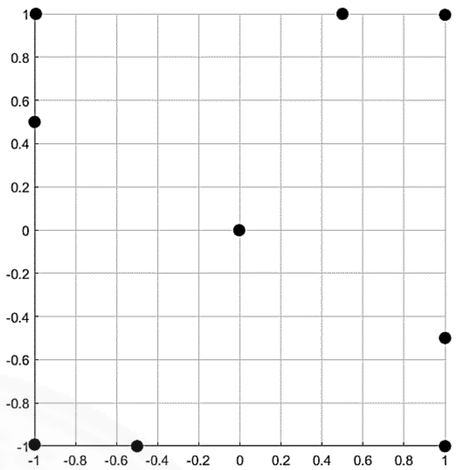



**ภาพที่ 4.12** $N = 8$ $k = 2$ Min $G -$optimal robust design by GA

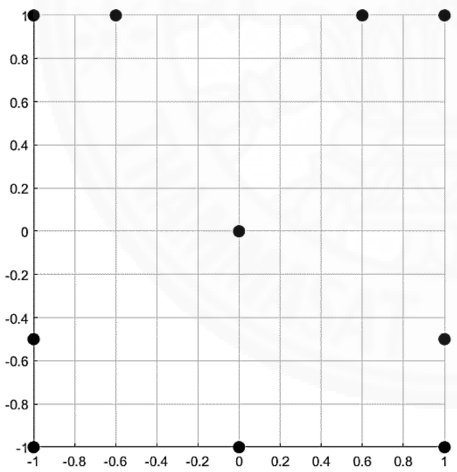
Ref. code: 25595809030017HIP



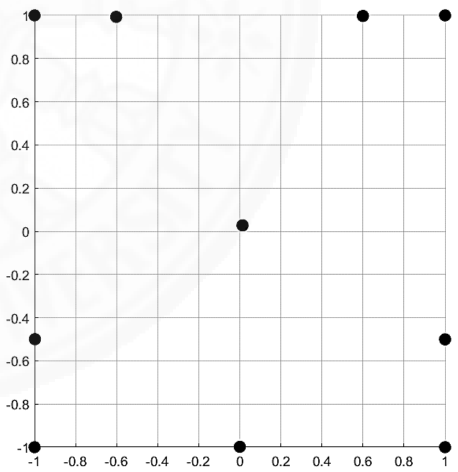

**ภาพที่ 4.13** $N=9$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by EA




**ภาพที่ 4.14** $N=9$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by GA



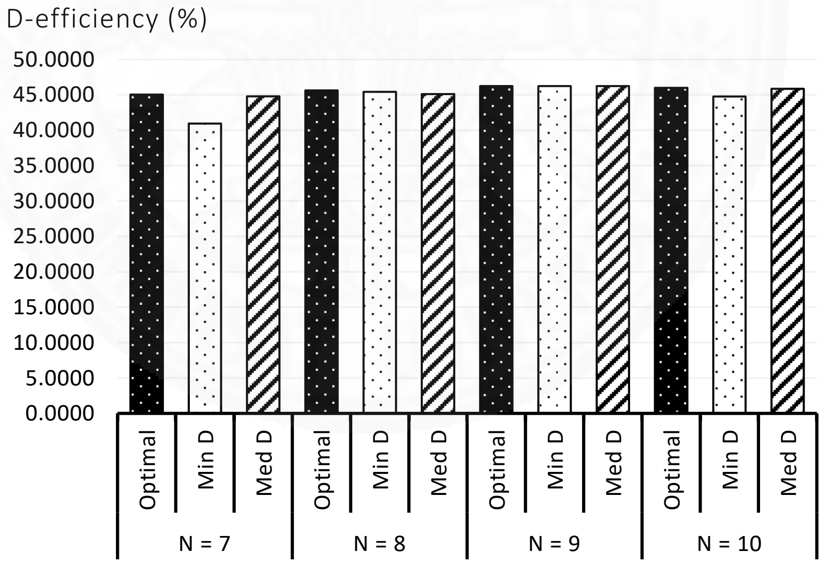

**ภาพที่ 4.15** $N=10$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by EA



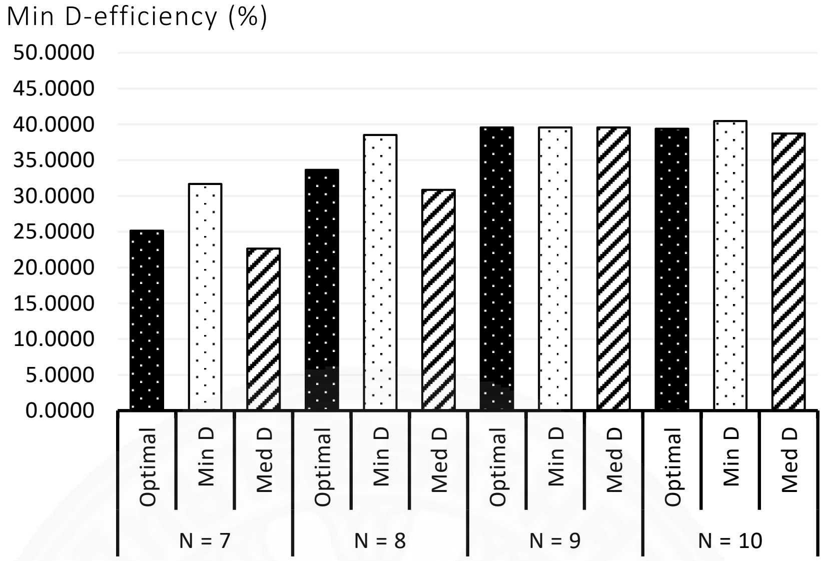

**ภาพที่ 4.16** $N=10$ $k=2$ Min $G-$optimal robust design by GA

## 4.3 การเปรียบเทียบเกณฑ์สร้างแผนแบบแบบดีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่ามัธยฐานกับเกณฑ์อื่น

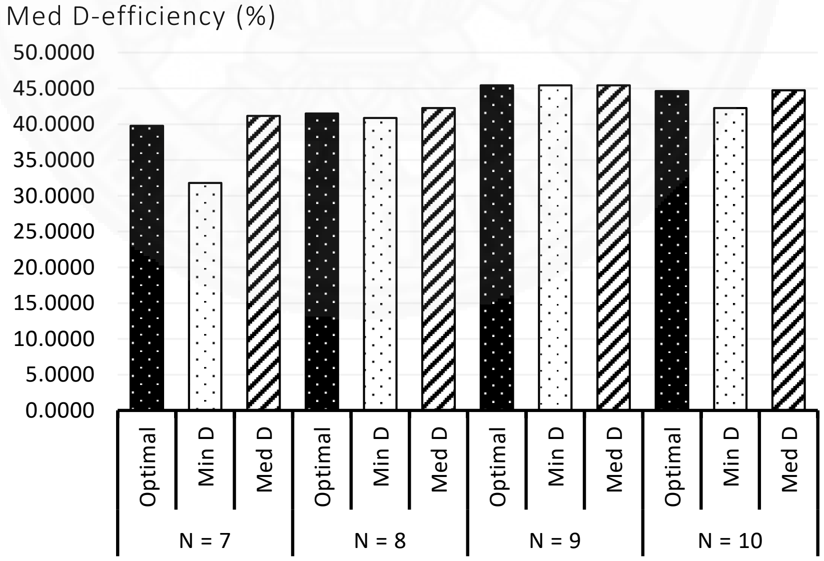
แผนแบบที่สร้างจาก GA ที่มีจำนวนตัวแปร $k = 2$ มีขนาดของแผนแบบ $N = 7$ นั้นมีลักษณะแตกต่างกันทุกแผนแบบ สำหรับเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดี ($D-$efficiency) แผนแบบ Med $D-$ และ $D-$optimal มีค่าเกณฑ์ใกล้เคียงกันและจะสูงกว่าเกณฑ์ของแผนแบบ Min $D-$optimal ส่วนกรณีขนาดของแผนแบบอื่น ๆ แผนแบบทั้ง 3 มีค่า $D-$efficiency ใกล้เคียงกันดังภาพที่ 4.17 นอกจากนี้จะเห็นว่าแผนแบบ Med $D-$optimal เป็นแผนแบบที่ให้ค่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) น้อยที่สุดดังภาพที่ 4.18 และในทางกลับกันแผนแบบ Min $D-$optimal เป็นแผนแบบที่ให้ค่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดี (Med $D-$efficiency) น้อยที่สุดดังภาพที่ 4.19 หมายความว่าเมื่อสร้างแผนแบบโดยคำนึงข้อมูลสูญหายแบบใด แผนแบบที่สร้างจะมีเกณฑ์ความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายอีกรูปแบบต่ำ ทั้งนี้แผนแบบ Min $D-$, Med $D-$ และ $D-$optimal นั้นเมื่อจำนวนจุดของแผนแบบมากขึ้นจะมีค่าเกณฑ์ทุกเกณฑ์ใกล้เคียงกัน สามารถสังเกตได้จากแผนแบบที่มี $N = 10$ ในภาพที่ 4.17, 4.18 และ 4.19




**ภาพที่ 4.17** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดี ($D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k = 2$




**ภาพที่ 4.18** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$




**ภาพที่ 4.19** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดี (Med $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$

**ตารางที่ 4.5** เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$, Med $D-$ และ $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก GA

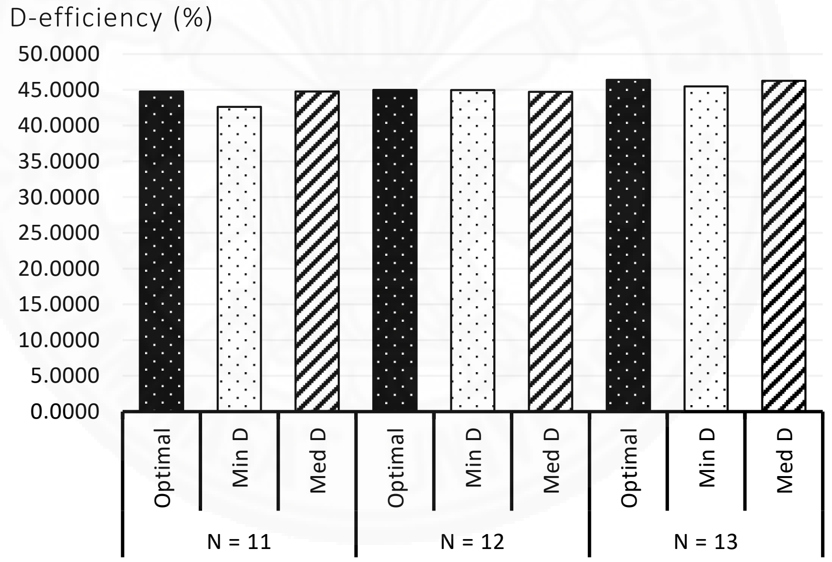
| N | Criteria / Design | D-efficiency | Min D | Med D | Leave-one-out (Mean D) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | Optimal | 45.0294 | 25.1438 | 39.7711 | 34.7890 | (±1, ±1), (-0.0915, 0.0915), (-0.0675, -1), (1, -0.0675)* |
| | Min D | 40.9343 | 31.6883 | 31.7902 | 33.7616 | (±1, -1), (-1, 0.1924), (-0.4666, 1), (-0.1775, -0.5799), (1, -0.2747), (1, 1) |
| | Med D | 44.7887 | 22.6502 | 41.1670 | 34.1754 | (±1, ±1), (-1, 0.165), (-0.1783, 1), (0.1713, -0.1622) |
| 8 | Optimal | 45.6158 | 33.6481 | 41.4995 | 40.3800 | (±1, ±1), (-1, 0.0821), (0, -0.2152), (0, 1), (1, 0.0821)* |
| | Min D | 45.4280 | 38.5145 | 40.8727 | 40.8727 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1) |
| | Med D | 45.1028 | 30.8416 | 42.2534 | 39.6587 | (±1, ±1), (-1, 0.0385), (-0.0202, -0.2735), (0.0774, 1), (1, 0.4012) |
| 9 | Optimal | 46.2241 | 39.5810 | 45.4280 | 42.8293 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1), (0, 0)* |
| | Min D | 46.2241 | 39.5810 | 45.4280 | 42.8293 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1), (0, 0) |
| | Med D | 46.2241 | 39.5810 | 45.4280 | 42.8293 | (±1, ±1), (±1, 0), (0, ±1), (0, 0) |
| 10 | Optimal | 45.9888 | 39.4000 | 44.6337 | 43.4774 | (±1, ±1), (-1, -0.017), (-0.0993, -1), (-0.017, 1), (0.0243, -0.0243), (1, -1), (1, 0.0993)* |
| | Min D | 44.7694 | 40.4664 | 42.2662 | 42.5406 | (±1, ±1), (-1, -0.4974), (-1, 1), (-0.1099, 0.0357), (0.2490, -1), (0.4579, 1), (1, -0.1881) |
| | Med D | 45.8469 | 38.7133 | 44.7346 | 43.2895 | (±1, ±1), (-1, -1), (-1, 0.0347), (-0.0128, 0.1377), (0.0068, 1), (0.0425, -1), (1, -0.0246) |

* แผนแบบที่สร้างจาก GA โดย Borkowski (2003)

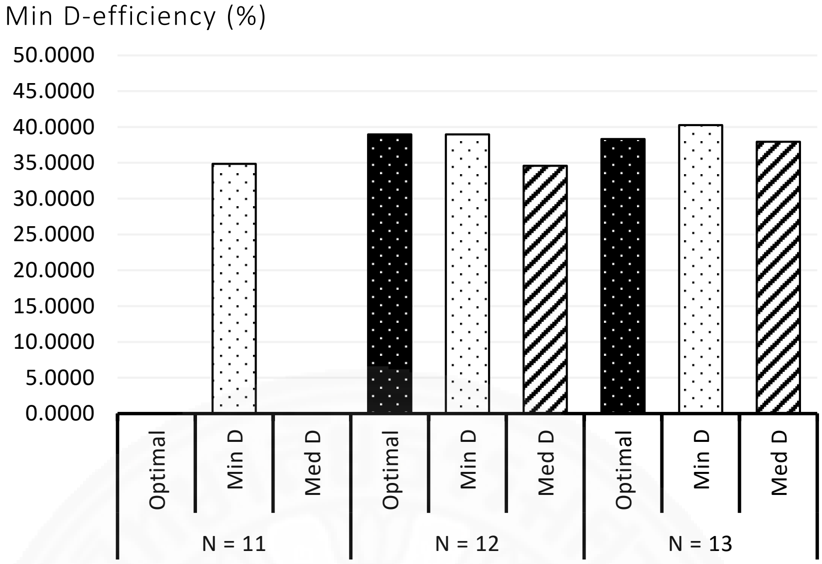


Ref. code: 25595809030017HIP

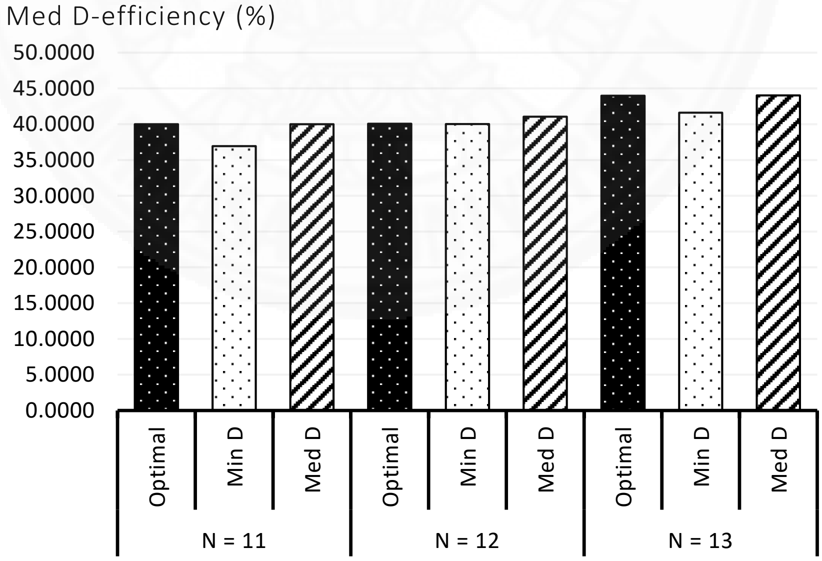
แผนแบบแบบดีที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก GA พบว่าแผนแบบขนาด $N=11$ มีแผนแบบ Med $D-$optimal เป็นแผนแบบเดียวกันกับแผนแบบ $D-$optimal และมีค่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี $=0$ ดังตารางที่ 4.6 หมายความว่าหากต้องการใช้แผนแบบขนาด $11$ จุดและมีจำนวนตัวแปร 3 ตัวแปรโดยคาดว่าเมื่อมีข้อมูลสูญหายจะเป็นกรณีที่เลวร้ายที่สุดแล้ว ไม่ควรพิจารณาเลือกใช้แผนแบบ Med $D-$ หรือ $D-$optimal และมีเพียงแผนแบบ Min $D-$optimal เท่านั้นที่สามารถนำไปใช้ได้ นอกจากนี้พบว่าแผนแบบ Med $D-$optimal เป็นแผนแบบที่ให้ค่า Min $D-$efficiency น้อยที่สุดดังภาพที่ 4.21 และในทางกลับกันแผนแบบ Min $D-$optimal เป็นแผนแบบที่ให้ค่าเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดีหรือ Med $D-$efficiency น้อยที่สุดดังภาพที่ 4.22 ทั้งนี้สำหรับเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดีพบว่าทั้ง 3 แผนแบบให้ค่าใกล้เคียงกันที่ทุกขนาดของแผนแบบดังภาพที่ 4.20




**ภาพที่ 4.20** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบดี ($D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$




**ภาพที่ 4.21** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$




**ภาพที่ 4.22** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบดี (Med $D-$efficiency) ของแผนแบบ $D-$, Min $D-$ และ Med $D-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$

**ตารางที่ 4.6** เกณฑ์วัดผลและจุดของแผนแบบ Min $D-$, Med $D-$ และ $D-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก GA

| N | Criteria / Design | D-efficiency | Min D | Med D | Leave-one-out (Mean D) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | Optimal | 44.7689 | 0.0000 | 40.0000 | 29.0909 | (±1, ±1, ±1), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0)* |
| | Min D | 42.6260 | 34.8495 | 36.9480 | 36.6299 | (-1, -1, -0.9996), (-1, 1, 0.9916), (-0.999, -1, 0.9937), (-0.8074, 1, -1), (-0.0876, -0.9956, 0.0029), (-0.0046, 0.0119, 1), (0.8192, 1, 1), (0.5152, -1, -1), (1, -1, 0.9985), (1, 0, 0.0015), (1, 1, -1) |
| | Med D | 44.7689 | 0.0000 | 40.0000 | 29.0909 | (±1, ±1, ±1), (0, 0, 1), (0, 1, 0), (1, 0, 0) |
| 12 | Optimal | 44.9860 | 38.9559 | 40.0721 | 40.6387 | (±1, ±1, ±1), (-0.015, -0.015, 1), (-0.015, 1, -0.015), (0.0426, -1, -1), (1, -0.015, -0.015)* |
| | Min D | 44.9615 | 38.9736 | 40.0259 | 40.6234 | (±1, ±1, ±1), (-1, 0, 1), (0, 0.0515, -1), (0, 1, 0), (1, -0.0515, 0) |
| | Med D | 44.7154 | 34.5853 | 41.0414 | 40.0049 | (-1, ±1, ±1), (-1, 0.0055, -0.0055), (0.224, 1, -0.224), (0.1205, -1, -1), (0.0116, -0.0116, 1), (1, -1, -0.1205), (1, 0.1347, -1), (1, ±1, 1) |
| 13 | Optimal | 46.3911 | 38.3258 | 43.9805 | 43.1202 | (-1, ±1, ±1), (-1, 0.0644, 0.0644), (0.0644, -1, 0.0644), (0.0644, 0.0644, -1), (0.1463, 1, 1), (1, 0.1463, 1), (1, 1, 0.1463), (1, -1, ±1), (1, 1, -1)* |
| | Min D | 45.4722 | 40.2709 | 41.6147 | 42.2564 | (-1, ±1, ±1), (-1, -0.1097, 0.1097), (0.9002, 1, -1), (0.0892, -1, -0.0993), (0.0495, 0.0993, 1), (1, -1, ±1), (1, -0.0993, -1), (1, 1, 0.0495), (1, 1, 1) |
| | Med D | 46.2561 | 37.9298 | 44.0324 | 42.9721 | (-1, ±1, ±1), (-1, 0.0099, -0.0099), (0.0713, 0.0404, 1), (0.0404, -1, -0.1989), (0.0404, 1, -1), (1, -1, ±1), (1, 0.1695, -1), (1, 1, -0.0404), (1, 1, 1) |

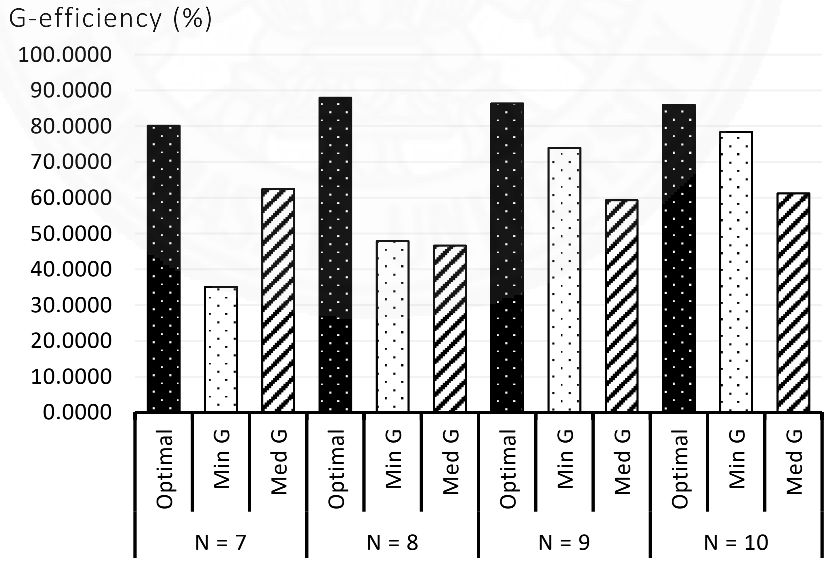
* แผนแบบที่สร้างจาก GA โดย Borkowski (2003)



Ref. code: 25595809030017HIP

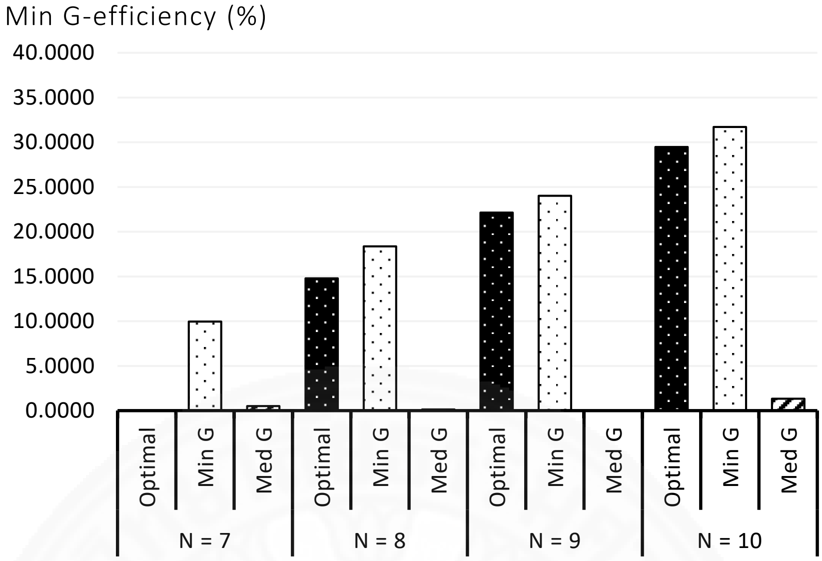
## 4.4 การเปรียบเทียบเกณฑ์สร้างแผนแบบแบบจีที่ดัดแปลงโดยใช้ค่ามัธยฐานกับเกณฑ์อื่น

แผนแบบ Min $G-$optimal ที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ และมีขนาด $N=7$ มีค่าเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี ($G-$efficiency) น้อยกว่าแผนแบบ Med $G-$optimal แต่มีค่าใกล้เคียงกันที่แผนแบบขนาด $N=8$ และมีค่าสูงกว่าที่แผนแบบขนาด $N=9$ และ $N=10$ ดังภาพที่ 4.23 สำหรับเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Min $G-$efficiency) เห็นได้ชัดว่าแผนแบบ Med $G-$optimal นั้นมีค่า Min $G-$efficiency ต่ำกว่าแผนแบบ Min $G-$ และแผนแบบ $G-$optimal เป็นอย่างมาก ยกเว้นที่แผนแบบ $G-$optimal ที่มี $N=7$ เท่านั้นที่มีค่า Min $G-$efficiency $=0$ ดังภาพที่ 4.24 สำหรับความแตกต่างของเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี (Med $G-$efficiency) ระหว่างแผนแบบ Med $G-$optimal และแผนแบบ Min $G-$optimal นั้นมีแนวโน้มที่เพิ่มขึ้นเมื่อขนาดจุดของแผนแบบมากขึ้นดังภาพที่ 4.25 สุดท้ายนี้จากตารางที่ 4.7 จะเห็นได้ว่าแผนแบบ Min $G-$optimal จะให้ค่า Med $G-$efficiency ต่ำสุดเสมอ หมายความว่าแม้จะแผนแบบที่แกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี แต่สำหรับกรณีที่จุดสูญหายเป็นจุดอื่น ๆ โดยทั่วไปบนแผนแบบแล้ว แผนแบบดังกล่าวมีความแกร่งต่ำกว่าแผนแบบรูปแบบอื่นที่นำมาเปรียบเทียบ

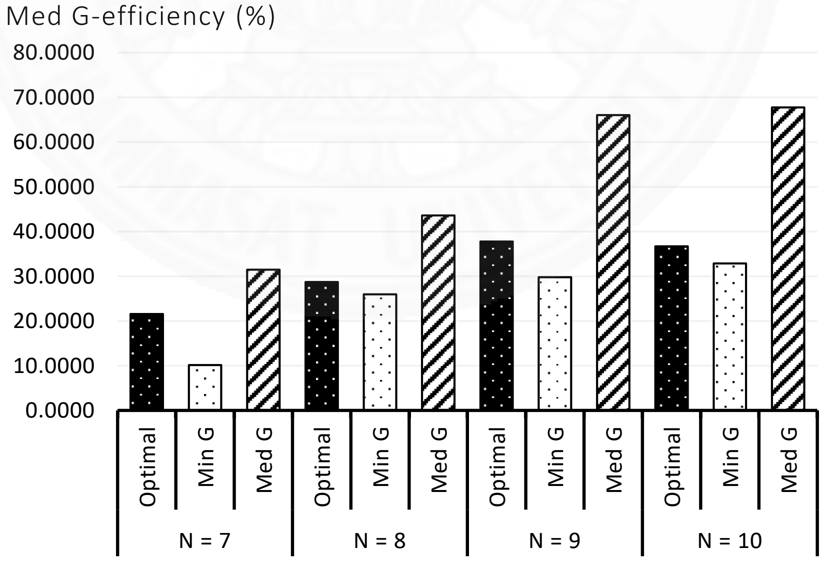



**ภาพที่ 4.23** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี ($G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$

Ref. code: 25595809030017HIP




**ภาพที่ 4.24** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Min $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$




**ภาพที่ 4.25** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี (Med $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=2$

**ตารางที่ 4.7** เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$, Med $G-$ และ $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ที่สร้างจาก GA

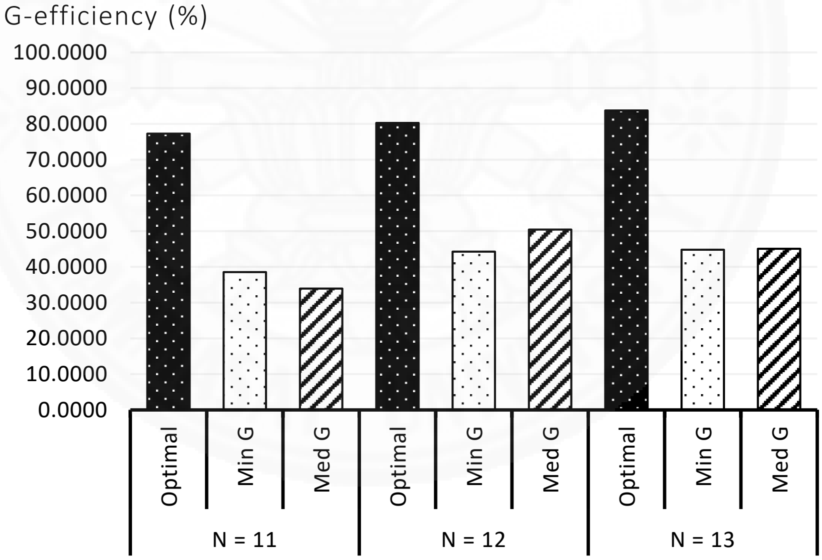
| N | Criteria / Design | G-efficiency | Min G | Med G | Leave-one-out (Mean G) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7 | Optimal | 80.1029 | 0.0000 | 21.5623 | 15.8832 | (-1, -0.6031), (-1, 0.9378), (-0.6031, -1), (-0.0507, 0.773), (0.773, -0.0507), (0.9378, -1), (1, 1)* |
| | Min G | 35.0715 | 9.9635 | 10.1688 | 14.2102 | (-1, -0.9949), (-1, 0.995), (-0.5584, 0.3226), (-0.2848, -1), (0.1984, 1), (0.9692, -1), (1, 0.3863) |
| | Med G | 62.4056 | 0.5206 | 31.4632 | 18.5443 | (-1, 1), (-1, -0.9985), (-0.998, 0.1678), (-0.2152, 1), (0.121, -0.0913), (0.9812, -0.9814), (1, 1) |
| 8 | Optimal | 87.9430 | 14.7921 | 28.7295 | 29.2077 | (±1, ±1), (-1, 0.0522), (-0.0633, -0.8246), (0.0633, 0.8246), (1, -0.0522)* |
| | Min G | 47.7157 | 18.3732 | 25.9655 | 25.9655 | (±1, ±1), (-1, -0.3022), (-0.3022, 1), (0.3022, -1), (1, 0.3022) |
| | Med G | 46.6297 | 0.1325 | 43.6185 | 28.4287 | (-1, -0.6427), (-0.9505, 1), (-0.731, -1), (-0.7174, -0.0059), (-0.0445, -1), (-0.0445, 0.4281), (0.9053, 0.8313), (1, -0.9572) |
| 9 | Optimal | 86.3165 | 22.1432 | 37.7760 | 35.2833 | (±1, ±1), (-1, 0.4202), (-0.4202, -1), (0, 0), (0.4202, 1), (1, -0.4202)* |
| | Min G | 73.9627 | 24.0119 | 29.7853 | 32.9501 | (-1, -0.9926), (-1, 0.4999), (-0.9935, 1), (-0.5003, -1), (-0.0029, -0.0007), (0.5002, 1), (0.9997, -1), (1, -0.4998), (1, 0.9956) |
| | Med G | 59.2783 | 0.0067 | 66.0352 | 43.9788 | (-1, 0.5225), (-1, 0.5477), (-0.8947, -1), (-0.4805, 0.9931), (-0.3513, 0.9931), (0.1415, 0), (0.2213, -0.0864), (1, -1), (1, 0.9012) |
| 10 | Optimal | 85.926 | 29.4805 | 36.6922 | 42.3716 | (±1, ±1), (±1, -0.43), (±0.564, 1), (0, -1), (0, 0.1766)* |
| | Min G | 78.3637 | 31.7089 | 32.8844 | 41.999 | (±1, ±1), (-0.9981, -0.4998), (-0.6022, 0.9932), (0, -0.9983), (0.0132, 0.0275), (0.5997, 0.9974), (1.0000, -0.5005) |
| | Med G | 61.1967 | 1.3296 | 67.752 | 46.987 | (±1, -1), (-1, 0.5073), (-1, 0.5754), (-0.518, 1), (-0.4859, 0.9941), (-0.0178, -0.9288), (0.5528, 0.0111), (0.5639, 0), (1, 0.9903) |

* แผนแบบที่สร้างจาก GA โดย Borkowski (2003)



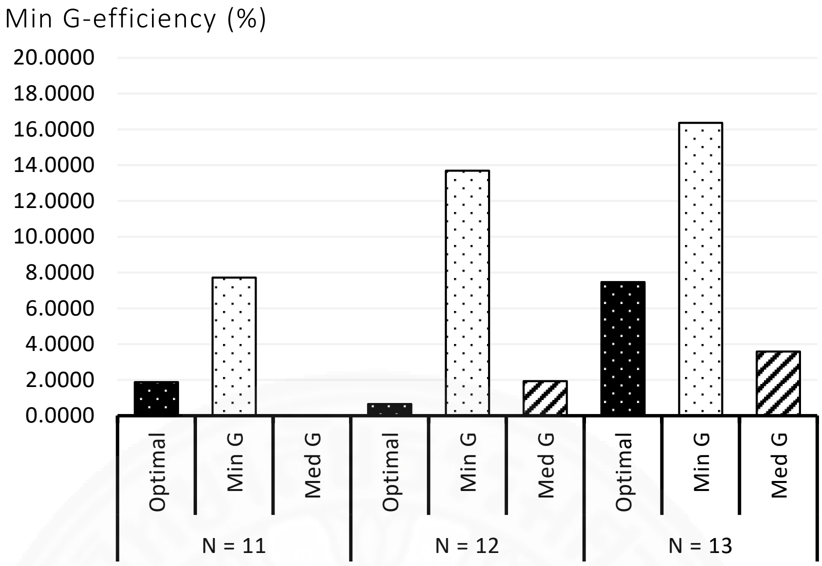
Ref. code: 25595809030017HIP

แผนแบบที่สร้างจาก GA ที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ แสดงการเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี ($G-$efficiency) ด้วยภาพที่ 4.26 จะเห็นว่าแผนแบบ Min $G-$optimal และแผนแบบ Med $G-$optimal ให้ค่า $G-$efficiency ใกล้เคียงกัน สำหรับเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Min $G-$efficiency) พบว่าถึงแม้แผนแบบ Med $G-$optimal จะมีแนวโน้มที่จะให้ค่า Min $G-$efficiency สูงขึ้นเมื่อขนาดจุดของแผนแบบเพิ่มขึ้น แต่แผนแบบนี้เป็นแผนแบบที่ให้ค่าเกณฑ์ดังกล่าวต่ำที่สุด ดังภาพที่ 4.27 และสำหรับเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี (Med $G-$efficiency) พบว่าแผนแบบ Min $G-$ และ $G-$optimal ให้ค่า Med $G-$efficiency ใกล้เคียงกัน ดังภาพที่ 4.28 นอกจากนี้ยังพบแนวโน้มที่ความแตกต่างของค่า Med $G-$efficiency ของแผนแบบ Med $G-$optimal กับค่าเกณฑ์ของอีก 2 แผนแบบจะเพิ่มขึ้นเมื่อจำนวนจุดของแผนแบบสูงขึ้น สำหรับค่าเกณฑ์และจุดของแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ ได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.8

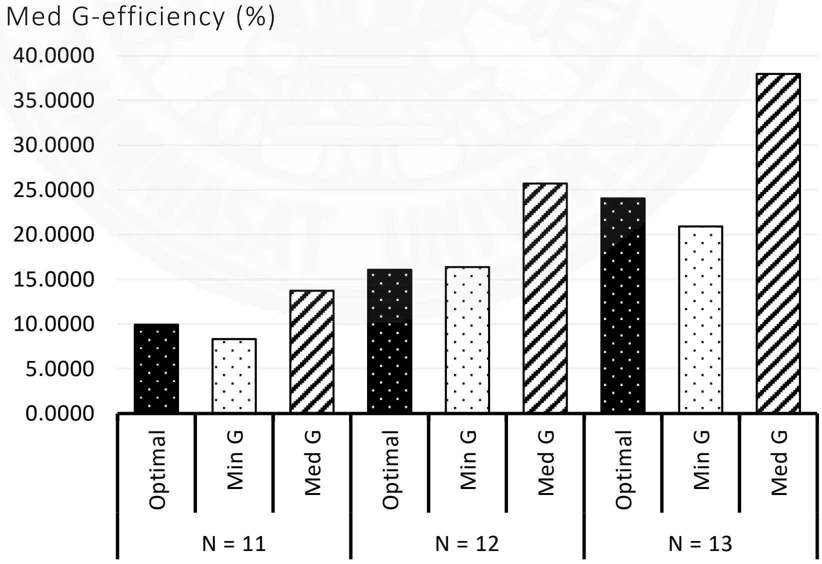



**ภาพที่ 4.26** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความเหมาะสมของแผนแบบเมื่อไม่คำนึงถึงการสูญหายของข้อมูลแบบจี ($G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$

Ref. code: 25595809030017HIP




**ภาพที่ 4.27** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบจี (Min $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$




**ภาพที่ 4.28** กราฟเปรียบเทียบเกณฑ์ความแกร่งของแผนแบบต่อข้อมูลสูญหายที่จุดใด ๆ แบบจี (Med $G-$efficiency) ของแผนแบบ $G-$, Min $G-$ และ Med $G-$optimal จำนวนตัวแปร $k=3$

Ref. code: 25595809030017HIP

**ตารางที่ 4.8** เกณฑ์การวัดผลและจุดของแผนแบบ Min $G-$, Med $G-$ และ $G-$optimal ขนาด $N-$point และมีจำนวนตัวแปร $k=3$ ที่สร้างจาก GA

| N | Criteria / Design | G-efficiency | Min G | Med G | Leave-one-out (Mean G) | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | Optimal | 77.2634 | 1.8802 | 9.9202 | 9.8150 | (-1, -1, 0.114), (-1, -0.1140, 1), (-1, 1, -1), (-0.755,-0.755, -1), (-0.755, 1, 0.755), (-0.114, -1, 1), (0.1858, 0.1858, -0.1858), (1, -1, -1), (1, -0.755, 0.755), (1, 1, ±1)* |
| | Min G | 38.5225 | 7.7201 | 8.3221 | 9.4735 | (-1, -1, 1), (-1, 0.5996, -0.5996), (-0.7998, -1, -0.3007), (-0.7998, 1, 1), (-0.4018, -0.0447, -1), (-0.1984, 1, -0.9859), (0.1984, -0.1984, 0.1984), (1, -1, -0.9859), (1, 0.8997, -0.7032), (1, ±1, 1) |
| | Med G | 33.9520 | 0.0035 | 13.7141 | 8.8642 | (-0.993, 0.5999, -0.2994), (-0.8987, -0.4432, 0.8314), (-0.8001, -1, -0.3046), (-0.4001, -0.1051, -1), (-0.2010, 1, -1), (-0.1702, 0.993, 0.9273), (-0.0418, 0.0159, -0.0806), (1, -1, ±1), (1, 0.908, -0.3527), (1, 1, 1) |
| 12 | Optimal | 80.2657 | 0.6541 | 16.0682 | 18.2158 | (-1, -1, -0.99), (-1, -0.5815, 1), (-1, 0.01, 0.094), (-1, 1, -0.8898), (-0.7357, 1, 0.9983), (-0.4144, -1, 0.96), (0.0928, 0.0913, -1), (0.3524, -1, 0.0469), (0.993, 0.9841, 0.8816), (0.9998, 1, -0.8238), (1, -1, -0.996), (1, -0.7188, 1)* |
| | Min G | 44.2809 | 13.6883 | 16.3616 | 16.8604 | (-1, -1, 0.9999), (-1, 1, -0.0001), (-1, 1, 1), (-0.9996, -0.9996, -1), (-0.9970, 1, -1), (-0.3429, -0.3430, -0.3408), (-0.0004, 1, -0.9948), (0.9998, -0.9999, 0.9998), (1, -1, -0.9996), (1, 0.1004, 1), (1, 1, ±1) |
| | Med G | 50.4267 | 1.9301 | 25.7018 | 18.6896 | (-0.9998, 0.9827, -0.9724), (-0.9994, -1, -0.99), (-0.9955, 0.0999, 0.9999), (-0.9326, 0.982, 1), (-0.414, -0.9934, 0.9738), (-0.1677, 0.4872, 0), (0.1094, 0.0459, -1), (0.9397, 0.9447, 1), (0.9999, -1, 0), (1, 0, 1), (1, -0.9996, -0.9941), (1, 1, -0.8228) |
| 13 | Optimal | 83.7388 | 7.4621 | 24.0451 | 25.3259 | (-1, ±1, ±1), (-1, 0, 0), (0, 1, 0), (0, 0, 1), (0.3938, -1, -1), (1, -1, -0.3938), (1, -0.3938, -1), (1, -1, 1), (1, 1, ±1)* |
| | Min G | 44.8054 | 16.3660 | 20.9120 | 22.9776 | (-1, -1, 1), (-1, 0.1003, -0.5996), (-1, 1, 0.1997), (-1, 1, ±1), (-0.7003, -1, -1), (-0.1997, -1, 1), (0.1003, -0.0003, -0.1003), (1, -1, ±1), (1, 0.7997, -1), (1, 1, -0.003), (1, 1, 1) |
| | Med G | 45.0720 | 3.5811 | 37.9498 | 25.0291 | (-1, -0.8812, 0.878), (-1, -0.0517, -0.603), (-1, 1, -1), (-0.9999, -0.9972, 0), (-0.9991, 0.855, 0.8913), (-0.1293, 0,0), (0.9999, 0.7765, -1), (0.1111, 0.9996, 0.112), (0.0666, -0.9357, 0.995), (0.0008, -1, -1), (1, -1, 0), (1, -0.5048, 1), (1, 1, 1) |

* แผนแบบที่สร้างจาก GA โดย Borkowski (2003)



Ref. code: 25595809030017HIP

# บทที่ 5
# สรุปผลการวิจัยและข้อเสนอแนะ

งานวิจัยนี้ทำการสร้างแผนแบบพื้นผิวตอบสนองที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายด้วยเกณฑ์แบบดีและแบบจีแบบดัดแปลงด้วยค่าน้อยที่สุดโดยใช้ GA และทำการเปรียบเทียบกับแผนแบบที่สร้างจาก EA นอกจากนี้ยังสร้างแผนแบบที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงใหม่โดยใช้ค่ามัธยฐาน นำมาเปรียบเทียบกับแผนแบบจากเกณฑ์การสร้างแผนแบบที่เหมาะสมที่สุดและแผนแบบจากเกณฑ์สร้างแผนแบบที่มีความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่ดัดแปลงโดยใช้ค่าน้อยที่สุด ซึ่งสามารถสรุปผลงานวิจัยได้ดังนี้

## 5.1 การเปรียบเทียบแผนแบบที่สร้างจาก GA กับ EA

แผนแบบที่แกร่งต่อค่าข้อมูลสูญหายแบบดีมีเกณฑ์ Min $D-$ หรือและแผนแบบแบบจี Min $G-$efficiency โดย GA จะมีค่าสูงกว่าหรือเท่ากับแผนแบบโดย EA เสมอ และมีแผนแบบบางขนาดที่ทั้ง 2 ขั้นตอนวิธีสามารถสร้างแผนแบบที่มีจุดของแผนแบบเหมือนกันและได้เกณฑ์วัดผลทุก ๆ เกณฑ์เท่ากันทั้ง GA และ EA แผนแบบที่มีลักษณะดังกล่าวคือแผนแบบ Min $D-$optimal ขนาด $N=8$ และ $N=9$ ซึ่งสามารถกล่าวได้ว่าแผนแบบผลลัพธ์จาก GA นั้นเป็นแผนแบบ Min $D-$optimal ภายใต้พื้นที่การออกแบบแบบต่อเนื่องนั่นเอง

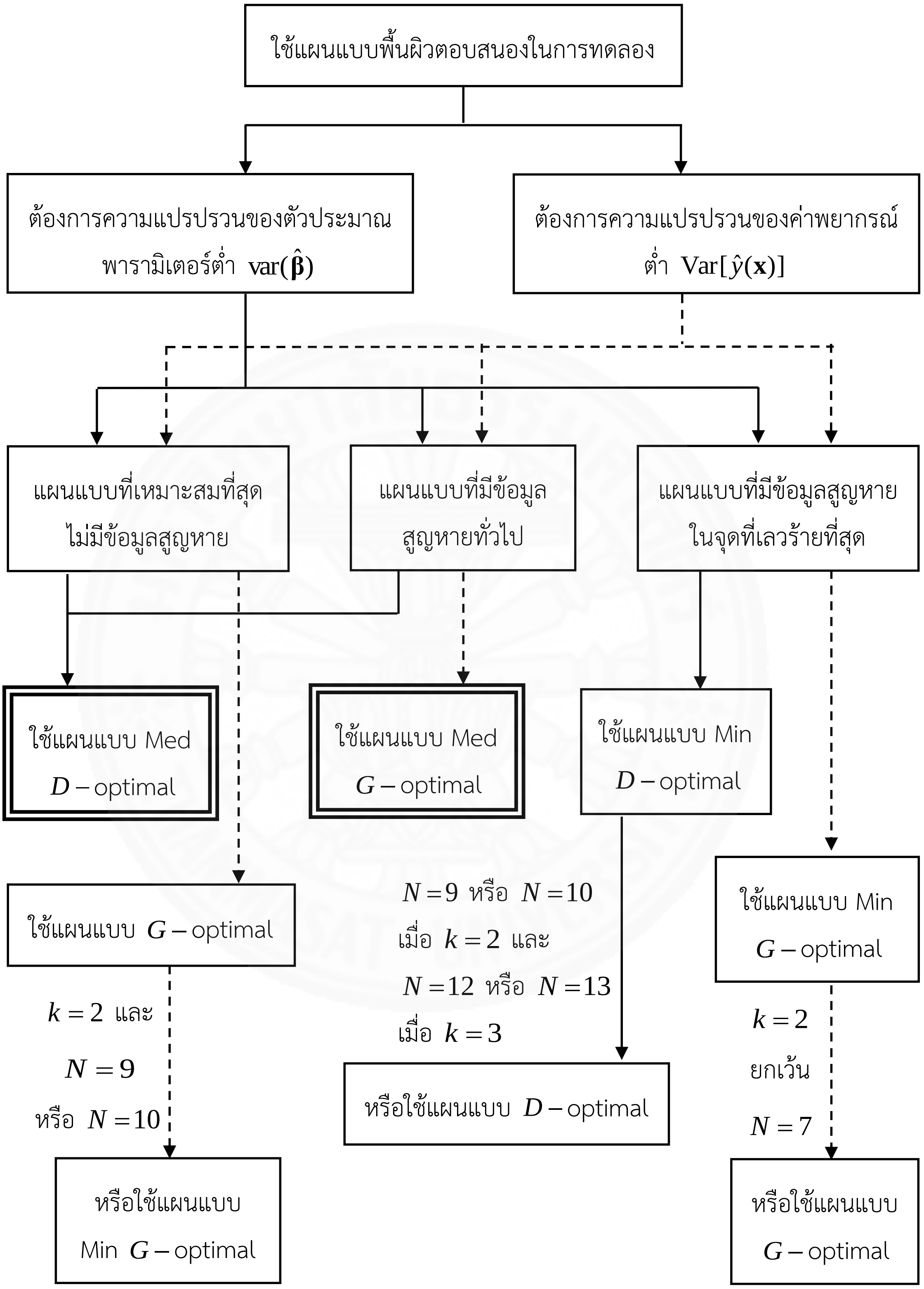
## 5.2 การเลือกใช้แผนแบบในสถานการณ์ต่าง ๆ

แผนแบบผลลัพธ์ของงานวิจัยนี้สามารถนำไปใช้ในการออกแบบการทดลองสถานการณ์ต่างๆ ได้ดังต่อไปนี้ การทดลองที่ใช้แผนแบบแบบดีซึ่งเป็นแผนแบบสำหรับลดค่าความแปรปรวนของตัวประมาณ ในกรณีนี้ทั้งแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ และ $k=3$ เมื่อต้องการออกแบบการทดลองโดยคาดว่าไม่มีข้อมูลสูญหายหรือมีข้อมูลสูญหายโดยทั่วไปแนะนำให้ใช้แผนแบบ Med $D-$optimal เพราะแผนแบบนี้ให้ค่า Med $D-$efficiency ซึ่งเป็นค่าวัดความแกร่งเมื่อมีข้อมูลสูญหายโดยทั่วไปสูงสุด และยังให้ค่า $D-$efficiency ใกล้เคียงกับแผนแบบ $D-$optimal และมากกว่าแผนแบบ Min $D-$optimal โดยเฉพาะแผนแบบขนาดเล็กเช่นที่ขนาดของแผนแบบ $N=7$ แต่ถ้าต้องการแผนแบบการทดลองที่คาดว่าจุดที่สำคัญที่สุดเป็นข้อมูลสูญหายได้ง่ายและเป็นจุดที่ทำให้แผนแบบมีเกณฑ์ต่ำที่สุดให้ใช้แผนแบบ Min $D-$optimal ในการทำการทดลอง กรณีนี้สำหรับแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ ขนาด $N=9$ และ 10 และแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k=3$ ขนาด $N=12$ และ 13 สามารถเลือกใช้แผนแบบ $D-$optimal แทนได้เพราะแผนแบบ

Ref. code: 25595809030017HIP

ดังกล่าวมีเกณฑ์วัดความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่จุดสำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) ใกล้เคียงกับแผนแบบ Min $D-$optimal ที่มีขนาดเดียวกัน

การออกแบบการทดลองที่ใช้แผนแบบแบบจีที่ถูกใช้เมื่อต้องการลดค่าความแปรปรวนของค่าพยากรณ์เมื่อมีจำนวนตัวแปร $k=2$ ควรใช้แผนแบบ $G-$optimal และสามารถใช้แผนแบบ Min $G-$optimal แทนแผนแบบ $G-$optimal ได้เมื่อต้องการออกแบบแผนแบบที่มีขนาด $N=9$ หรือ $10$ เพราะเป็นแผนแบบที่ให้ค่า $G-$efficiency ใกล้เคียงกัน ส่วนกรณี $k=3$ ควรใช้แผนแบบ $G-$optimal เท่านั้น ในทางกลับกันหากคำนึงถึงสถานการณ์ที่มีข้อมูลสูญหายที่จุดสำคัญที่สุดแล้ว แนะนำให้ใช้แผนแบบ Min $G-$optimal ทั้งกรณีมีจำนวนตัวแปร $k=2$ และ $k=3$ แต่แผนแบบ $G-$optimal ที่มีจำนวนตัวแปร $k=2$ ก็สามารถใช้แทนแผนแบบ Min $G-$optimal ได้ยกเว้นแผนแบบขนาด $N=7$ เพราะการคำนวณค่า Min $G-$efficiency ของแผนแบบนี้มีค่า $\left|\mathbf{X}^{\mathbf{T}}\mathbf{X}\right|=0$ ทำให้แผนแบบขนาด $7-1=6$ ไม่สามารถหาอินเวิร์สของเมทริกซ์ข้อมูลและไม่สามารถคำนวณความแปรปรวนของค่าพยากรณ์ได้ สุดท้ายคือกรณีมีข้อมูลสูญหายโดยทั่วไปควรใช้แผนแบบ Med $G-$optimal ที่ทุกขนาดของแผนแบบ $N$ สำหรับจำนวนตัวแปร $k=2$ และ $k=3$ เพราะมีค่า Med $G-$efficiency สูงกว่าอีก 2 แผนแบบเป็นอย่างมาก นอกจากนี้เพื่อให้สามารถเห็นภาพโดยรวมสำหรับการเลือกใช้แผนแบบดังที่กล่าวไว้ข้างต้น การเลือกใช้แผนแบบจากผลลัพธ์ของงานวิจัยนี้ได้สรุปเป็นดังภาพที่ 5.1




**ภาพที่ 5.1** การเลือกใช้แผนแบบจากผลลัพธ์ของงานวิจัย

### 5.3 เกณฑ์วัดผลกับจำนวนจุดทศนิยม

บางครั้งผู้ทำการทดลองอาจไม่สามารถเก็บผลลัพธ์ของตัวแปรได้จำนวนจุดทศนิยมละเอียดเท่ากับที่เสนอในงานวิจัย ในที่นี้ผู้ทำการทดลองสามารถพิจารณาเกณฑ์ที่เปลี่ยนแปลงไปเมื่อต้องการนำแผนแบบจากงานวิจัยนี้ไปใช้งานจริงที่มีจำนวนจุดทศนิยมตั้งแต่ 1 – 4 หลักโดยมีตัวอย่างคือแผนแบบที่มีจำนวนตัวแปร $k = 2$ ขนาด $N = 7$ ดังนี้ ตารางที่ 5.1 แสดงค่าเกณฑ์แบบดีเมื่อลดจำนวนจุดทศนิยมของจุดของแผนแบบแบบดี จะเห็นว่าแผนแบบแบบดีโดยทั่วไป ($D-$optimal design) เมื่อลดจำนวนจุดทศนิยมแล้วจะได้ค่าเกณฑ์วัดผลที่เปลี่ยนแปลงไปเยอะกว่าแผนแบบแบบดีที่ค่าแกร่งต่อข้อมูลสูญหายทั้ง 2 แบบ (Min $D-$และ Med $D-$optimal design) โดยค่าที่เปลี่ยนแปลงนั้นยังอยู่ในเกณฑ์ที่ยอมรับได้ แต่เมื่อจุดทศนิยมของจุดของแผนแบบเหลือเพียง 1 ตำแหน่ง แผนแบบแบบดีทุกแบบมีเกณฑ์วัดผลที่เปลี่ยนแปลงไปอย่างน้อยประมาณ 0.3 หากเปรียบเทียบกับแผนแบบที่มีจุดทศนิยม 4 ตำแหน่ง นอกจากนี้แผนแบบ Min $D-$optimal design ที่ได้จาก GA เมื่อมีจุดทศนิยมเพียง 1 ตำแหน่งแล้วเกณฑ์วัดความแกร่งต่อข้อมูลสูญหายที่จุดที่สำคัญที่สุดแบบดี (Min $D-$efficiency) มีค่าต่ำกว่าแผนแบบ Min $D-$optimal design ที่ได้จาก EA

ตารางที่ 5.2 แสดงค่าเกณฑ์แบบจีเมื่อลดจำนวนจุดทศนิยมของจุดของแผนแบบแบบจีที่มีจำนวนตัวแปร $k = 2$ ขนาด $N = 7$ พบว่าเมื่อจุดทศนิยมของแผนแบบลดลง เกณฑ์แบบจีสำหรับวัดผลหลักของแต่ละแผนแบบจะลดลง เห็นได้ชัดเจนที่แผนแบบ $G-$optimal design ที่ค่าเกณฑ์วัดประสิทธิภาพแผนแบบโดยทั่วไปลดลงจาก 80.1029 เมื่อแผนแบบมีจุดทศนิยม 4 ตำแหน่งเหลือเพียง 72.1086 เมื่อแผนแบบมีจุดทศนิยม 1 ตำแหน่ง

ตารางที่ 5.1 ค่าเกณฑ์แบบดีเมื่อลดจำนวนจุดทศนิยมของจุดของแผนแบบแบบดีที่มีจำนวนตัวแปร $k = 2$ ขนาด $N = 7$

| Design | Design Points Digits | D-efficiency | Med D | Min D | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|
| Optimal | 4 | 45.0294 | 39.7711 | 25.1438 | (±1, ±1), (-0.0915, 0.0915), (-0.0675, -1), (1, -0.0675) |
| | 3 | 44.8787 | 38.7044 | 25.1330 | (±1, ±1), (-0.092, 0.092), (-0.068, -1), (1, -0.068) |
| | 2 | 44.8741 | 38.6929 | 25.0978 | (±1, ±1), (-0.09, 0.09), (-0.07, -1), (1, -0.07) |
| | 1 | 44.7848 | 38.6862 | 24.4974 | (±1, ±1), (-0.1, 0.1), (-0.1, -1), (1, -0.1) |
| Med D | 4 | 44.7887 | 41.1670 | 22.6502 | (±1, ±1), (-1, 0.165), (-0.1783, 1), (0.1713, -0.1622) |
| | 3 | 44.7897 | 41.1671 | 22.6580 | (±1, ±1), (-1, 0.165), (-0.178, 1), (0.171, -0.162) |
| | 2 | 44.7805 | 41.1347 | 22.5972 | (±1, ±1), (-1, 0.17), (-0.18, 1), (0.17, -0.16) |
| | 1 | 44.6065 | 40.8698 | 22.1876 | (±1, ±1), (-1, 0.2), (-0.2, 1), (0.2, -0.2) |
| Min D | 4 | 40.9343 | 31.7902 | 31.6883 | (±1, -1), (-1, 0.1924), (-0.4666, 1), (-0.1775, -0.5799), (1, -0.2747), (1, 1) |
| | 3 | 40.9310 | 31.7968 | 31.6884 | (±1, -1), (-1, 0.192), (-0.467, 1), (-0.1775, -0.578), (1, -0.275), (1, 1) |
| | 2 | 40.9426 | 31.7718 | 31.6933 | (±1, -1), (-1, 0.19), (-0.47, 1), (-0.18, -0.58), (1, -0.27), (1, 1) |
| | 1 | 40.8009 | 32.1658 | 31.1870 | (±1, -1), (-1, 0.2), (-0.5, 1), (-0.2, -0.6), (1, -0.3), (1, 1) |
| Exchange Min D | 1 | 40.5674 | 31.5756 | 31.5756 | (±1, -1), (±1, 0.7), (0, ±1), (0, 0) |



Ref. code: 25595809030017HIP

ตารางที่ 5.2 ค่าเกณฑ์แบบจีเมื่อลดจำนวนจุดทศนิยมของจุดของแผนแบบแบบจีที่มีจำนวนตัวแปร $k = 2$ ขนาด $N = 7$

| Design | Design Points Digits | G-efficiency | Med G | Min G | Design Points |
|---|---|---|---|---|---|
| Optimal | 4 | 80.1029 | 21.5623 | 0.0000 | (-1, -0.6031), (-1, 0.9378), (-0.6031, -1), (-0.0507, 0.773), (0.773, -0.0507), (0.9378, -1), (1, 1) |
| | 3 | 80.1691 | 21.6476 | 0.0000 | (-1, -0.603), (-1, 0.938), (-0.603, -1), (-0.051, 0.773), (0.773, -0.051), (0.938, -1), (1, 1) |
| | 2 | 79.7142 | 22.0511 | 0.0000 | (-1, -0.6), (-1, 0.94), (-0.6, -1), (-0.05, 0.77), (0.77, -0.05), (0.94, -1), (1, 1) |
| | 1 | 72.1086 | 18.4405 | 0.0000 | (-1, -0.6), (-1, 0.9), (-0.6, -1), (-0.1, 0.8), (0.8, -0.1), (0.9, -1), (1, 1) |
| Med G | 4 | 62.4056 | 31.4632 | 0.5206 | (-1, 1), (-1, -0.9985), (-0.998, 0.1678), (-0.2152, 1), (0.121, -0.0913), (0.9812, -0.9814), (1, 1) |
| | 3 | 62.0804 | 31.0633 | 0.5208 | (-1, 1), (-1, -0.999), (-0.998, 0.168), (-0.215, 1), (0.12, -0.091), (0.981, -0.981), (1, 1) |
| | 2 | 62.2408 | 30.8055 | 0.5130 | (-1, ±1), (-1, 0.17), (-0.22, 1), (0.12, -0.09), (0.98, -0.98), (1, 1) |
| | 1 | 62.9683 | 29.9031 | 0.6307 | (±1, ±1), (-1, 0.2), (-0.2, 1), (0.1, -0.1) |
| Min G | 4 | 35.0715 | 10.1688 | 9.9635 | (-1, -0.9949), (-1, 0.995), (-0.5584, 0.3226), (-0.2848, -1), (0.1984, 1), (0.9692, -1), (1, 0.3863) |
| | 3 | 35.0397 | 10.1414 | 9.9620 | (-1, -0.995), (-1, 0.995), (-0.558, 0.323), (-0.285, -1), (0.198, 1), (0.969, -1), (1, 0.386) |
| | 2 | 35.2732 | 10.2138 | 9.7434 | (-1, -0.99), (-1, 1), (-0.56, 0.32), (-0.28, -1), (0.2, 1), (0.97, -1), (1, 0.39) |
| | 1 | 36.1254 | 10.8440 | 9.5864 | (±1, -1), (-1, 1), (-0.6, 0.3), (-0.3, -1), (0.2, 1), (1, 0.4) |
| Exchange Min G | 1 | 37.4269 | 10.0782 | 9.3632 | (±1, -1), (-1, 1), (-0.6, 0.2), (-0.3, -1), (0.2, 1), (1, 0.4) |



Ref. code: 25595809030017HIP

# รายการอ้างอิง

## หนังสือและบทความในหนังสือ


Atkinson, A., Donev, A., and Tobias, R. (2007). *Optimum experimental designs*. Oxford University Press, New York.

Box, G. E. and Draper, N. R. (2007) *Response surfaces, mixtures, and ridge analyses*. Wiley-Interscience, New Jersey, second edition.

Box, G. E., Hunter, J., and Hunter, W. G. (2005). *Statistics for experimenters: design, innovation, and discovery*. John Wiley & Sons, New Jersey, second edition.

Box, G. E. P. (1968). Response surfaces. In Sills, D. L., editor, *The International encyclopedia of the social science*, chapter Experiment, pages 254-259. Macmillan, New York.

Davis, L. (Ed.) (1991). *Handbook of genetic algorithms*, Van Nostrand Reinhold, New York.

del Castillo, E. (2007). *Process optimization: a statistical approach*. Springer Science+Business Media, New York, first edition.

Draper, N. R. and Lin, D. K. J. (1996). Response surface designs. In Ghosh, S. and Rao, C. R., editors, *Handbook of statistics, Vol. 13,* chapter 11, pages 343-375. Elsevier Science B. V., first edition.

Goldberg, D. E. (1989). *Genetic algorithms in search, optimization, and machine learning,* Addison-Wesley, New York.

Hackl, P. (1995). *MODA4 Advances in model-oriented data analysis.* Contributions to Statistics. Physica-Verlag HD, Heidelberg.

Myers, R. H., Montgomery, D. C., and Anderson-Cook, C. M. (2009). *Response surface methodology: process and product optimization using designed experiments.* John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 3 edition.


Ref. code: 25595809030017HIP

**บทความวารสาร**

Ahmad, T., Akhtar, M., and Gilmour, S. G. (2012). Multilevel augmented pairs second-order response surface designs and their robustness to missing Data. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 41(3):437-452.

Akhtar, M. and Prescott, P. (1986). Response surface designs robust to missing observations. *Communications in Statistics – Simulation and Computation*, 15(2):345-363.

Anderson-Cook, C. M., Borror, C. M., and Montgomery, D. C. (2009). Response surface design evaluation and comparison. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 139(2):629-641.

Borkowski, J. J. (2003). Using a genetic algorithm to generate small exact response surface designs. *Journal of Probability and Statistics Science*, 1(1):65-88.

Box, G. E. P. (1952). Multi-factor designs of first order. *Biometrika*, 39(1-2):49-57.

Box, G. E. P. (1954). The exploration and exploitation of response surfaces: some general considerations and examples. *Biometrics*, 10(1):16.

Box, G. E. P. and Draper, N. R. (1975). Robust designs. *Biometrika*, 62(2):347-352.

Box, G. E. P. and Hunter, J. S. (1957). Multi-factor experimental designs for exploring response surfaces. *The Annals of Mathematical Statistics*, 28(1):195-241.

Box, G. E. P. and Wilson, K. B. (1951). On the experimental attainment of optimum conditions. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B,* 13(1):1-45.

Draper, N. R. (1961). Missing values in response surface designs. *Technometrics,* 3(3):389.

Galil, Z. and Kiefr, J. (1980). Time- and space-saving computer methods, related to Mitchell's DETMAX, for finding D-optimum designs. *Technometrics*, 22(3):301.

Ghosh, S. (1979). On robustness of designs against incomplete data. *Sankhy: The Indian Journal of Statistics, Series B,* 40(3/4):204-208.

Ghosh, S. (1982). Robustness of designs against the unavailability of Data. *Sankhy: The Indian Journal of Statistics, Series B,* 44(1):50-62.

Ref. code: 25595809030017HIP

Herzberg, A. M. and Andrews, D.F. (1976). Some considerations in optimal design of experiments in non-optimal situations. *Journal of Statistical Planning and Inference,* 38(3):284-289.

Imhof, L. A., Song, D., and Wong, W. K. (2002). Optimal design of experiments with possibly failing trials. *Statistica Sinica,* 12(4):1145-1155.

Kiefer, J. (1959). Optimum experimental designs. *Journal of the Royal Statistical Society. Series B,* 21:272-319.

Kiefer, J. (1961). Optimum designs in regression problems, II. *The Annals of Mathematical Statistics,* 32(1):298-325.

Kiefer, J. and Wolfowitz, J. (1959). Optimum designs in regression problems. *The Annals of Mathematical Statistics,* 30(2):271-294.

Lal, K., Gupta, V. K., and Bhar, L. (2001). Robustness of designed experiments against missing data. *Journal of Applied Statistics*, 28(1):62-79.

MacEachern, S. N., Notz, W. I., Whittinghilll, D. C., and Zhu, Y. (1993). Robustness to the unavailability of data in the general linear model, with applications. Technical report, Department of Statistics, The Ohio State University.

MacEachern, S. N., Notz, W. I., Whittinghill, D. C., and Zhu, Y. (1995). Robustness to the unavailability of data in the linear model, with applications. *Journal of Statistical Planning and Inference*, 48(2):207-213.

Miller, A. J. and Nguyen, N.-K. (1994). Algorithm AS 295: A Fedorov exchange algorithm for D-optimal design. *Applied Statistics*, 43(4):669.

Mitchell, T. J. (1974). An algorithm for construction of “D-Optimal” experimental designs. *Technometrics*, 16(2):203.

Smith, K. (1918). On the standard deviations of adjusted and interpolated values of an observed polynomial function and its constants and guidance they give towards a proper choice of distribution of observations. *Biometrika*, 12(1/2):1.

Srivastava, R., Gupta, V. K., and Dey, A. (1991). Robustness of some designs against missing data. *Journal of Applied Statistics*, 18(3):313-318.

Tanco, M., del Castillo, E., and Viles, E. (2013). Robustness of three-level response surface designs against missing data. *IIE Transactions*, 45(5):544-553.

Thongsook, S. (2014). Using a genetic algorithm to generate $D_s$-optimal designs with bounded D-efficiencies for mixture experiments. *Thailand Statistician*, 12(2):191-205.

**วิทยานิพนธ์**

Akram, M. (1993). *Central composite designs robust to three missing observations*. PhD thesis, Islamia University Bahawalpu.

Srisuradetchai, P. (2015). *Robust Response Surface Designs against Missing Observations*. PhD dissertation, Montana State University.

Triefenbach, F. (2008). *Design of experiment: The D-optimal approach and its implementation as a computer algorithm*. PhD thesis, South Westphalia University of Applied Sciences.

Ref. code: 25595809030017HIP

# ภาคผนวก

Ref. code: 25595809030017HIP

# ภาคผนวก ก
# โปรแกรมที่ใช้ในงานวิจัย

### ฟังก์ชันคำนวณ $D-$efficiency

```
function obj = criteria_D(X,N,k,p,M)
obj = 0*ones(1,M);
for m = 1:M
    Xi = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    mat = second_order(Xi,N,k);
    det_mat = det(mat'*mat);
    if abs(det_mat) < 1e-4
        obj(m) = 0;
    else
    obj(m) = (100/N)*det_mat^(1/p);
    end
end
```

### ฟังก์ชันคำนวณ Min $D-$efficiency

```
function [obj,crt] = criteria_minD(X,N,k,p,M)
obj = 0*ones(1,M);
crt = cell(1,M);
for m = 1:M
    XN = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    objtmp = 0*ones(1,N);
    for n = 1:N
        Xi = XN;
        Xi(n,:) = [];
        mat = second_order(Xi,N-1,k);
        det_mat = det(mat'*mat);
        if abs(det_mat) < 1e-4
            objtmp(n) = 0;
        else
            objtmp(n) = 100/(N-1)*det_mat^(1/p);
        end
    end
    if sum(objtmp) == 0
        obj(m) = 0;
        crt{m} = 0;
    else
        obj(m) = min(objtmp);
        crt{m} = XN(objtmp == obj(m),:);
    end
end
```

### ฟังก์ชันคำนวณ Med $D-$efficiency

```
function obj = criteria_medD(X,N,k,p,M)
obj = 0*ones(1,M);
for m = 1:M
    XN = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    objtmp = 0*ones(1,N);
    for n = 1:N
        Xi = XN;
        Xi(n,:) = [];
        mat = second_order(Xi,N-1,k);
```

Ref. code: 25595809030017HIP

```
        det_mat = det(mat'*mat);
        if abs(det_mat) < 1e-4
            objtmp(n) = 0;
        else
            objtmp(n) = 100/(N-1)*det_mat^(1/p);
        end
    end
    if sum(objtmp) == 0
        obj(m) = 0;
    else
        obj(m) = median(objtmp);
    end
end
```

ฟังก์ชันคำนวณ Leave-one-out $D-$efficiency

```
function [obj,crt] = criteria_meanD(X,N,k,p,M)
obj = 0*ones(1,M);
crt = cell(1,M);
for m = 1:M
    XN = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    objtmp = 0*ones(1,N);
    for n = 1:N
        Xi = XN;
        Xi(n,:) = [];
        mat = second_order(Xi,N-1,k);
        det_mat = det(mat'*mat);
        if abs(det_mat) < 1e-4
            objtmp(n) = 0;
        else
            objtmp(n) = 100/(N-1)*det_mat^(1/p);
        end
    end
    if sum(objtmp) == 0
        obj(m) = 0;
        crt{m} = 0;
    else
        obj(m) = mean(objtmp);
        crt{m} = XN(objtmp == obj(m),:);
    end
end
```

ฟังก์ชันคำนวณ $G-$efficiency

```
function obj = criteria_G(X,N,k,p,M,xm)
obj = 0*ones(1,M);
for m = 1:M
    Xi = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    mat = second_order(Xi,N,k);
    det_mat = det(mat'*mat);
    if abs(det_mat) < 1e-4
        obj(m) = 0;
    else
        XX = mat'*mat;
        SPV = diag(N*(xm/XX)*xm');
        obj(m) = 100*p/max(SPV);
    end
end
```

**ฟังก์ชันคำนวณ Min $G-$efficiency**

```
function [obj,crt] = criteria_minG(X,N,k,p,M,xm)
obj = 0*ones(1,M);
crt = cell(1,M);
for m = 1:M
    XN = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    objtmp = 0*ones(1,N);
    for n = 1:N
        Xi = XN;
        Xi(n,:) = [];
        mat = second_order(Xi,N-1,k);
        det_mat = det(mat'*mat);
        if abs(det_mat) < 1e-4
            objtmp(n) = 0;
        else
            XX = mat'*mat;
            SPV = diag((N-1)*(xm/XX)*xm');
            objtmp(n) = 100*p/max(SPV);
        end
    end
    if sum(objtmp) == 0
        obj(m) = 0;
        crt{m} = 0;
    else
        obj(m) = min(objtmp);
        crt{m} = XN(objtmp == obj(m),:);
    end
end
```

**ฟังก์ชันคำนวณ Med $G-$efficiency**

```
function obj = criteria_medG(X,N,k,p,M,xm)
obj = 0*ones(1,M);
for m = 1:M
    XN = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    objtmp = 0*ones(1,N);
    for n = 1:N
        Xi = XN;
        Xi(n,:) = [];
        mat = second_order(Xi,N-1,k);
        detmat = det(mat'*mat);
        if abs(detmat) < 1e-4
            objtmp(n) = 0;
        else
            XX = mat'*mat;
            SPV = diag((N-1)*(xm/XX)*xm');
            objtmp(n) = 100*p/max(SPV);
        end
    end
    if sum(objtmp) == 0
        obj(m) = 0;
    else
        obj(m) = median(objtmp);
    end
end
```

### ฟังก์ชันคำนวณ Leave-one-out $G-$efficiency

```
function [obj,crt] = criteria_meanG(X,N,k,p,M,xm)
obj = 0*ones(1,M);
crt = cell(1,M);
for m = 1:M
    XN = X(:,m*k-(k-1):m*k);
    objtmp = 0*ones(1,N);
    for n = 1:N
        Xi = XN;
        Xi(n,:) = [];
        mat = second_order(Xi,N-1,k);
        det_mat = det(mat'*mat);
        if abs(det_mat) < 1e-4
            objtmp(n) = 0;
        else
            XX = mat'*mat;
            SPV = diag((N-1)*(xm/XX)*xm');
            objtmp(n) = 100*p/max(SPV);
        end
    end
    if sum(objtmp) == 0
        obj(m) = 0;
        crt{m} = 0;
    else
        obj(m) = mean(objtmp);
        crt{m} = XN(objtmp == obj(m),:);
    end
end
```

### ฟังก์ชันสร้างตัวแบบลำดับที่สอง

```
function mat = second_order(Xi,N,k)
if k == 1
    mat = [1*ones(N,1) Xi Xi.^2];
else
    intact = k*(k-1)/2;
    XiXj = 0*ones(N,intact);
    loop = 0;
    for i = 1:k-1
        for j = i+1:k
            loop = loop+1;
            XiXj(:,loop) = Xi(:,i).*Xi(:,j);
        end
    end
    mat = [1*ones(N,1) Xi XiXj Xi.^2];
end
```

### ฟังก์ชันสร้างจุดที่เป็นไปได้ในการหาค่า SPV แบบกำหนดจุด

```
function xm = generate_xm(k,range)
switch k
    case 2
        x = -1:range:1;
        [X1,X2] = meshgrid(x,x);
        x1 = X1(:).';
        x2 = X2(:).';
        Xi = [x1' x2'];
end
m = length(x)^k;
xm = second_order(Xi,m,k);
```

### ฟังก์ชันสร้างจุดที่เป็นไปได้ในการหาค่า SPV แบบเพิ่มการสุ่มสำหรับ $k=3$

```
function xm = gen_xm_random()
a = -1:0.1:1;
b = -1:1:1;
[X1,Y1,Z1] = meshgrid(a,b,b);
x1 = X1(:).';
y1 = Y1(:).';
z1 = Z1(:).';
x111 = [x1' y1' z1'];
[X2,Y2,Z2] = meshgrid(b,a,b);
x2 = X2(:).';
y2 = Y2(:).';
z2 = Z2(:).';
x222 = [x2' y2' z2'];
[X3,Y3,Z3] = meshgrid(b,b,a);
x3 = X3(:).';
y3 = Y3(:).';
z3 = Z3(:).';
x333 = [x3' y3' z3'];
xi = [x111;x222;x333];
Ri = -1+2*rand(200,3);
Xi = [xi; Ri];
scatter3(Xi(:,1),Xi(:,2),Xi(:,3))
m = length(Xi);
xm = second_order(Xi,m,3);
```

### ฟังก์ชันสร้างจุดที่เป็นไปได้ที่ใช้ใน EA

```
function cand = generate_cand(k)
x = -1:.1:1;
switch k
    case 2
        [X1,X2] = meshgrid(x,x);
        x1 = X1(:).';
        x2 = X2(:).';
        cand = [x1' x2'];
    case 3
        [X1,X2,X3] = meshgrid(x,x,x);
        x1 = X1(:).';
        x2 = X2(:).';
        x3 = X3(:).';
        cand = [x1' x2' x3'];
end
```

### ฟังก์ชันหาค่าเกณฑ์ที่มากที่สุด

```
function [mat,maxobj,index] = find_max_obj(matrix,k,obj)
maxobj = max(obj);
for i = 1:length(obj)
    if maxobj == obj(i)
        mat = matrix(:,i*k-(k-1):i*k);
        index = i;
    end
end
```

Ref. code: 25595809030017HIP

**ฟังก์ชันการทำงานของ EA**

```
function [matcell,objcell,crtcell,iterindex,bstmat,bstobj,bstiter,crtpts] =
alg_exchange(N,k,p,maxiter,index,crit,xm)
matcell = cell(1,index);
objcell = cell(1,index);
crtcell = cell(1,index);
iterindex = 0*ones(1,index);
candidate = generate_cand(k);
for count = 1:index
    obj = 0;
    while obj == 0
        mat = round(cell2mat(generate_X(N,k,1)),1);
        if crit == 'D'
            obj = criteria_D(mat,N,k,p,1);
        elseif crit == 'G'
            obj = criteria_G(mat,N,k,p,1,xm);
        elseif strcmp(crit,'minD')
            [obj,crt] = criteria_minD(mat,N,k,p,1);
        elseif strcmp(crit,'minG')
            [obj,crt] = criteria_minG(mat,N,k,p,1,xm);
        elseif strcmp(crit,'medD')
            obj = criteria_medD(mat,N,k,p,1);
        elseif strcmp(crit,'medG')
            obj = criteria_medG(mat,N,k,p,1,xm);
        end
    end
    newobj = 0;
    diffobj = abs(newobj - obj);
    objrep = 0;
    while iterindex(count) < maxiter && diffobj > 1e-5 && objrep < 3
        for row = 1:N
            for cand = 1:length(candidate)
                newmat = mat;
                newmat(row,:) = candidate(cand,:);
                if crit == 'D'
                    newobj = criteria_D(newmat,N,k,p,1);
                elseif crit == 'G'
                    newobj = criteria_G(newmat,N,k,p,1,xm);
                elseif strcmp(crit,'minD')
                    [newobj,newcrt] = criteria_minD(newmat,N,k,p,1);
                elseif strcmp(crit,'minG')
                    [newobj,newcrt] = criteria_minG(newmat,N,k,p,1,xm);
                elseif strcmp(crit,'medD')
                    newobj = criteria_medD(newmat,N,k,p,1);
                elseif strcmp(crit,'medG')
                    newobj = criteria_medG(newmat,N,k,p,1,xm);
                end

                if newobj > obj
                    objold = obj;
                    mat = newmat;
                    obj = newobj;
                    if strcmp(crit,'minD') || strcmp(crit,'minG')
                        crt = newcrt;
                    end
                end
            end
        end
        diffobj = abs(obj - objold);
        if diffobj == 0
            diffobj = 1;
            objrep = objrep+1;
```

```
        else
            objrep = 0;
        end
        iterindex(count) = iterindex(count)+1;
        matcell{count} = mat;
        objcell{count} = obj;
        if strcmp(crit,'minD') || strcmp(crit,'minG')
            crtcell{count} = crt;
        end
    end
end
[bstmat,bstobj,bstiterindex] =
find_max_obj(cell2mat(matcell),k,cell2mat(objcell));
bstiter = iterindex(bstiterindex);
if strcmp(crit,'minD') || strcmp(crit,'minG')
    crtpts = crtcell{bstiterindex};
else
    crtpts = 0;
end
end
```

**ฟังก์ชันสร้างเมทริกซ์ตัวแบบเริ่มต้นของ GA**

```
function mat_out = generate_X(N,k,M)
mat_out = cell(1,M);
for i = 1:M
    det_mat = 0;
    while abs(det_mat) < 1e-4
        Xi = -1+rand(N,k)*2;
        mat = second_order(Xi,N,k);
        det_mat = det(mat'*mat);
    end
    mat_out{i} = Xi;
end
```

**ฟังก์ชันหาคู่โครโมโซมที่ดีที่สุดของ GA**

```
function elites = find_elites(obj)
M = length(obj);
elites = 1*ones(1,2);
for i = 2:M
    if obj(i) > obj(elites(1))
        elites(1) = i;
    end
end
for j = 2:M
    if obj(j) > obj(elites(2)) && j ~= elites(1)
        elites(2) = j;
    end
end
```

**ฟังก์ชันการทำงานของ GA**

```
function [matcell,objcell,crtcell,genindex,bstmat,bstobj,bstgen,crtpts] =
alg_genetic(N,k,p,M,rep,index,crit,xm)
matcell = cell(1,index);
objcell = cell(1,index);
crtcell = cell(1,index);
genindex = 0*ones(1,index);
for count = 1:index
    mat = cell2mat(generate_X(N,k,M));
    if crit == 'D'
        objall = criteria_D(mat,N,k,p,M);
    elseif crit == 'G'
        objall = criteria_G(mat,N,k,p,M,xm);
    elseif strcmp(crit,'minD')
        [objall,~] = criteria_minD(mat,N,k,p,M);
    elseif strcmp(crit,'minG')
        [objall,~] = criteria_minG(mat,N,k,p,M,xm);
    elseif strcmp(crit,'medD')
        objall = criteria_medD(mat,N,k,p,M);
    elseif strcmp(crit,'medG')
        objall = criteria_medG(mat,N,k,p,M,xm);
    end
    objtmp = 0;
    [~,objold] = find_max_obj(mat,k,objall);
    diffobj = abs(objtmp - objold);
    objrep = 0;
    while genindex(count) < rep && diffobj > 1e-4 && objrep < 6000
        allM = 1:M;
        elites = find_elites(objall);
        notE = allM(allM ~= elites(1));
        notE = notE(notE ~= elites(2));
        pairs_count = length(notE)/2;
        for j = 1:pairs_count
            pairs = [0 0];
            rand1 = randperm(length(notE));
            pairs(1) = notE(rand1(1));
            notE = notE(notE ~= pairs(1));

            rand2 = randperm(length(notE));
            pairs(2) = notE(rand2(1));
            notE = notE(notE ~= pairs(2));

            A = mat(:,pairs(1)*k-(k-1):pairs(1)*k);
            objA = objall(pairs(1));
            B = mat(:,pairs(2)*k-(k-1):pairs(2)*k);
            objB = objall(pairs(2));

            [A,objA,B,objB] =
process_reproduct(A,objA,B,objB,N,k,p,genindex(count),rep,crit,xm);

            mat(:,pairs(1)*k-(k-1):pairs(1)*k) = A;
            objall(pairs(1)) = objA;
            mat(:,pairs(2)*k-(k-1):pairs(2)*k) = B;
            objall(pairs(2)) = objB;
        end
        objold = objtmp;
        [mattmp,objtmp] = find_max_obj(mat,k,objall);
        diffobj = abs(objtmp - objold);
        if diffobj == 0
            diffobj = 1;
            objrep = objrep+1;
        else
```

Ref. code: 25595809030017HIP

```
            objrep = 0;
        end
        genindex(count) = genindex(count)+1;
        matcell{count} = mattmp;
        objcell{count} = objtmp;
        if strcmp(crit,'minD')
            [~,crtcell{count}] = criteria_minD(mattmp,N,k,p,1);
        elseif strcmp(crit,'minG')
            [~,crtcell{count}] = criteria_minG(mattmp,N,k,p,1,xm);
        else
            crtcell = 0;
        end
    end
end
[bstmat,bstobj,bstgenindex] =
find_max_obj(cell2mat(matcell),k,cell2mat(objcell));
bstgen = genindex(bstgenindex);
if strcmp(crit,'minD') || strcmp(crit,'minG')
    crtpts = crtcell{bstgenindex};
else
    crtpts = crtcell;
end
end
```

ฟังก์ชันการทำงานของการ Reproduction

```
function [finA,objfA,finB,objfB] =
process_reproduct(A,objA,B,objB,N,k,p,icount,imax,crit,xm)

[finA,finB] = rpd_row_blend(A,B,N,icount,imax);

[finA,finB] = rpd_row_swap(finA,finB,N,icount,imax);

finA = rpd_gene_creep(finA,N,k,icount,imax);
finB = rpd_gene_creep(finB,N,k,icount,imax);

finA = rpd_gene_sign(finA,N,k,icount,imax);
finB = rpd_gene_sign(finB,N,k,icount,imax);

finA = rpd_gene_zero(finA,N,k,icount,imax);
finB = rpd_gene_zero(finB,N,k,icount,imax);

finA = rpd_gene_extreme(finA,N,k,icount,imax);
finB = rpd_gene_extreme(finB,N,k,icount,imax);

finA = rpd_gene_half(finA,N,k,icount,imax);
finB = rpd_gene_half(finB,N,k,icount,imax);

finA = rpd_gene_creep(finA,N,k,icount,imax);
finB = rpd_gene_creep(finB,N,k,icount,imax);

[finA,finB] = rpd_row_swap(finA,finB,N,icount,imax);

[finA,finB] = rpd_row_blend(finA,finB,N,icount,imax);

if crit == 'D'
    objfA = criteria_D(finA,N,k,p,1);
    objfB = criteria_D(finB,N,k,p,1);
elseif crit == 'G'
    objfA = criteria_G(finA,N,k,p,1,xm);
    objfB = criteria_G(finB,N,k,p,1,xm);
elseif strcmp(crit,'minD')
    [objfA,~] = criteria_minD(finA,N,k,p,1);
```

```
    [objfB,~] = criteria_minD(finB,N,k,p,1);
elseif strcmp(crit,'minG')
    [objfA,~] = criteria_minG(finA,N,k,p,1,xm);
    [objfB,~] = criteria_minG(finB,N,k,p,1,xm);
elseif strcmp(crit,'medD')
    objfA = criteria_medD(finA,N,k,p,1);
    objfB = criteria_medD(finB,N,k,p,1);
elseif strcmp(crit,'medG')
    objfA = criteria_medG(finA,N,k,p,1,xm);
    objfB = criteria_medG(finB,N,k,p,1,xm);
end

if objfA < objA
    finA = A;
    objfA = objA;
end

if objfB < objB
    finB = B;
    objfB = objB;
end
```

ฟังก์ชัน Blending

```
function [A_blended,B_blended] = rpd_row_blend(A,B,N,i_count,i_max)
A_blended = A;
B_blended = B;
if i_count < i_max/2
    alpha_b = .2;
else
    alpha_b = .05;
end
alpha = rand(N,1);
for a=1:N
    if alpha(a) < alpha_b
       b = randi(N);
       beta = rand(1);
       A_blended(a,:) = beta*A(a,:)+(1-beta)*B(b,:);
       B_blended(b,:) = beta*B(b,:)+(1-beta)*A(a,:);
    end
end
```

ฟังก์ชัน Swap

```
function [A_swap,B_swap] = rpd_row_swap(A,B,N,i_count,i_max)
A_swap = A;
B_swap = B;
if i_count < i_max/2
    alpha_sw = .2;
else
    alpha_sw = .05;
end
alpha = rand(N,1);
for a=1:N
    if alpha(a) < alpha_sw
       b = randi(N);
       swap_A = B_swap(b,:);
       swap_B = A_swap(a,:);
       A_swap(a,:) = swap_A;
       B_swap(b,:) = swap_B;
    end
end
```

Ref. code: 25595809030017HIP

ฟังก์ชัน Sign Change

```
function out = rpd_gene_sign(mat,N,k,i_count,i_max)
if i_count < i_max/4
    alpha_s = .1;
else
    alpha_s = .01;
end
alpha = rand(N,k);
mat(alpha < alpha_s) = -mat(alpha < alpha_s);
out = mat;
```

ฟังก์ชัน Zero Genes

```
function out = rpd_gene_zero(mat,N,k,i_count,i_max)
if i_count < i_max/4
    alpha_z = .1;
else
    alpha_z = .01;
end
alpha = rand(N,k);
mat(alpha < alpha_z) = 0;
out = mat;
```

ฟังก์ชัน Half Genes

```
function out = rpd_gene_half(mat,N,k,i_count,i_max)
if i_count < i_max/4
    alpha_c = .1;
else
    alpha_c = .01;
end
alpha = rand(N,k);
mat(alpha < alpha_c) = mat(alpha < alpha_c)/2;
out = mat;
```

ฟังก์ชัน Extreme Genes

```
function out = rpd_gene_extreme(mat,N,k,i_count,i_max)
if i_count < i_max/4
    alpha_e = .1;
else
    alpha_e = .01;
end
alpha = rand(N,k);
for i = 1:N
    for j = 1:k
        if alpha(i,j) < alpha_e
            extreme = randsample([-1,1],1);
            mat(i,j) = extreme;
        end
    end
end
out = mat;
```

**ฟังก์ชัน Creep**

```
function out=rpd_gene_creep(mat,N,k,i_count,i_max)
creep = 0*ones(N,k);
if i_count < i_max/4
    alpha_c = .1;
else
    alpha_c = .01;
end
alpha = rand(N,k);
creep(alpha < alpha_c) = normrnd(0,.005,1,length(creep(alpha < alpha_c)));
out = mat+creep;
out(out > 1) = 1;
out(out < -1) = -1;
```

# ประวัติผู้เขียน

| | |
|---|---|
| ชื่อ | นายสิทธิศักดิ์ มหาชัยชนะกุล |
| วันเดือนปีเกิด | 29 กรกฎาคม 2536 |
| ทุนการศึกษา | 2554-2559: ทุนเรียนดีวิทยาศาสตร์แห่งประเทศไทย |
| ประวัติการศึกษา | สำเร็จการศึกษาปริญญาวิทยาศาสตรบัณฑิต<br>เกียรตินิยมอันดับสอง สาขาสถิติ<br>คณะวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี<br>มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ปีการศึกษา 2557<br>สำเร็จการศึกษามัธยมศึกษาตอนปลาย<br>โรงเรียนอุดมศึกษา ปีการศึกษา 2553 |

Ref. code: 25595809030017HIP