



การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา  
เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

โดย

นายอาลี ทองคำวงศ์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิทยาการการเรียนรู้และนวัตกรรมการศึกษา  
คณะวิทยาการการเรียนรู้และศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์  
ปีการศึกษา 2562  
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา  
เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

โดย

นายอาลี ทองคำวงศ์



วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต  
สาขาวิชาวิทยาการเรียนรู้และนวัตกรรมการศึกษา  
คณะวิทยาการเรียนรู้และศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์  
ปีการศึกษา 2562  
ลิขสิทธิ์ของมหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์

THE DEVELOPMENT COGNITIVE DIAGNOSTIC TEST:  
ON SOLVING LINEAR EQUATION WITH ONE VARIABLE

BY

MR. ALI THONGKAMWONG



A THESIS SUBMITTED IN PARTIAL FULFILLMENT OF THE REQUIREMENTS  
FOR THE DEGREE OF MASTER OF EDUCATION  
IN LEARNING SCIENCES AND EDUCATIONAL INNOVATION  
FACULTY OF LEARNING SCIENCES AND EDUCATION  
THAMMASAT UNIVERSITY  
ACADEMIC YEAR 2019  
COPYRIGHT OF THAMMASAT UNIVERSITY

มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์  
คณะวิทยาการเรียนรู้และศึกษาศาสตร์

วิทยานิพนธ์

ของ

นายอาลี ทองคำวงศ์

เรื่อง

การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจัยทางพุทธิปัญญา

เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ได้รับการตรวจสอบและอนุมัติ ให้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตร  
ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต

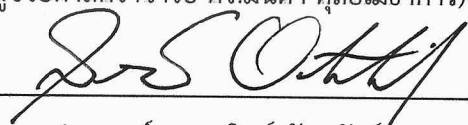
เมื่อ วันที่ 3 กรกฎาคม พ.ศ. 2563

ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตา ตูลย์เมธากา)

กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์หลัก



(อาจารย์ ดร.สุรวิทย์ อัสสพันธ์)

กรรมการและอาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม



(อาจารย์ ดร.พลพี หุมมาพันธ์)

คณบดี



(รองศาสตราจารย์ ดร.อนุชาติ พวงสำลี)

หัวข้อวิทยานิพนธ์	การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เรื่อง การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
ชื่อผู้เขียน	นายอาลี ทองคำวงศ์
ชื่อปริญญา	ศึกษาศาสตรมหาบัณฑิต
สาขาวิชา/คณะ/มหาวิทยาลัย	วิทยาการเรียนรู้และนวัตกรรมการศึกษา วิทยาการเรียนรู้และศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์	ดร.สุรวิทย์ อัสสพันธ์
อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ร่วม	ดร.พลรพี ทุมมาพันธ์
ปีการศึกษา	2562

### บทคัดย่อ

งานวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อ 1) เพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด 2) เพื่อพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3) เพื่อประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พบในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ตัวอย่างในการวิจัยใช้วิธีการสุ่มแบบสองขั้นตอน ได้แก่ 1) สุ่มแบบแบ่งชั้น 2) สุ่มนักเรียนจากโรงเรียนที่สุ่มได้โดยวิธีการสุ่มอย่างง่าย กลุ่มตัวอย่างถูกแบ่งเป็น 2 กลุ่ม ได้แก่ กลุ่มเพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด 144 คน และกลุ่มเพื่อทดสอบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 205 คน เครื่องมือที่ใช้เก็บรวบรวมข้อมูลประกอบด้วย แบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด และแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว วิเคราะห์ข้อมูลโดยพิจารณาจากร้อยละของผู้ตอบผิด และค่าความน่าจะเป็นจากสูตรของ Leighton, Gierl และ Hunka การตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวใช้ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์ และตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาโดยค่าดัชนีความสอดคล้องของลำดับขั้น โดยสูตรของ Cui Leighton Gierl และ Hunka

## ผลการวิจัยพบว่า

1. รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุดอยู่ในรูป  $ax + b = c$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $b$  เป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มบวก และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มลบ

2. แบบทดสอบมีจำนวนข้อคำถามทั้งสิ้น 19 ข้อ เพื่อวัดคุณลักษณะเรื่อง การลบของจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ และการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ คุณภาพของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยวัดโดยค่าดัชนีความสอดคล้องของลำดับขั้นเท่ากับ 0.74 ซึ่งแสดงให้เห็นว่าแบบทดสอบมีความสอดคล้องต่อการตอบสนองของนักเรียนในระดับที่ดี

3. ในภาพรวมพบว่านักเรียนร้อยละ 15 มีจุดอ่อนในเรื่องการลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ นักเรียนร้อยละ 26 มีจุดอ่อนในเรื่องการหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก นักเรียนร้อยละ 34 มีจุดอ่อนในเรื่องการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน นักเรียนร้อยละ 35 มีจุดอ่อนในเรื่องการบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย นักเรียนร้อยละ 80 มีจุดอ่อนในเรื่องการลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ นักเรียนร้อยละ 56 มีจุดอ่อนในเรื่องการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

**คำสำคัญ:** แบบทดสอบเชิงวินิจฉัย, แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา, คุณลักษณะ

Thesis Title	THE DEVELOPMENT OF COGNITIVE DIAGNOSTIC TEST: ON SOLVING LINEAR EQUATION WITH ONE VARIABLE
Author	Mr. Ali Thongkamwong
Degree	Master of Education
Major Field/Faculty/University	Learning Sciences and Educational Innovation Learning Sciences and Education Thammasat University
Thesis Advisor	Surawit Assapun, Ph.D.
Thesis Co-Advisor	Phonraphee Thummaphan, Ph.D.
Academic Years	2019

## ABSTRACT

The objectives of the research were 1) to survey the form of linear equation in one variable that students have the most errors 2) to develop cognitive diagnostic tests on solving linear equation in one variable 3) to assess the cognitive diagnostics of Grade 7 students in solving linear equation in one variable. Two-stage random sampling method, the schools are randomly selected and the students within those schools are randomly selected, was used in this study. The samples were divided into 2 groups: 1) 144 students were used to survey the form of linear equation in one variable that students have the most errors 2) 205 students were used to test the cognitive diagnostic test on solving the linear equation in one variable. Survey test was used to find linear equation in one variable that students have the most errors and the cognitive diagnostic test was used to classifying examinees' test item responses into the set of structured attribute patterns associate with a cognitive model. Analyze the data by considering the percentage of students who answered incorrectly in each item and by the formula of Leighton Gierl and Hunka. The quality of the survey test and the cognitive diagnostic test were verified by item objective congruence and hierarchy consistency index of Cui Leighton Gierl and Hunka, respectively.

The research found that:

1. the form of linear equation in one variable that students have the most errors is  $ax + b = c$  when  $a$  be positive integer  $b$  be positive fraction and  $c$  be negative integer,

2. the test must has a total of 19 items to measure 6 attribute including subtracting a negative number from a negative number, dividing negative fraction by positive integer, subtracting fraction with unequal denominator, adding and subtracting different monomials, subtracting both sides of the equation by constant and dividing both sides of the equation by coefficients. The hierarchy consistency index is 0.74. Which shows that the test is consistent with the responses of students in a good level

3. in the overall, found that 15 percent of students have a weakness in subtracting a negative number from a negative number, 26 percent of students have a weakness in dividing negative fraction by positive integer, 34 percent of students have a weakness in subtracting fraction with unequal denominator, 35 percent of students have a weakness in adding and subtracting different monomials, 80 percent of students have a weakness in subtracting both sides of the equation by constant and 56 percent of students have a weakness in dividing both sides of the equation by coefficients

**Keywords:** Diagnostic test, Cognitive diagnostic assessment, Attribute



## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี เนื่องจากได้รับความกรุณาจาก ดร.สุรวิทย์ อัสสพันธ์ และ ดร.พลรพี ทุมมาพันธ์ กรรมการและที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ที่คอยให้คำแนะนำและให้คำปรึกษาที่เป็นประโยชน์ต่องานวิจัย ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณเป็นอย่างสูงมา ณ โอกาสนี้

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.มนตา ตุลย์เมธากการ ประธานกรรมการสอบวิทยานิพนธ์ ที่ได้ให้ข้อเสนอแนะอย่างละเอียด รวมถึงข้อคิดเห็นต่าง ๆ ในการแก้ไข และปรับปรุงวิทยานิพนธ์ให้มีความเรียบร้อยและสมบูรณ์ยิ่งขึ้น

ขอขอบพระคุณคณาจารย์ทุกท่านในคณะวิทยาการเรี ยนรู้และศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์ ที่ได้ประสิทธิ์ประสาทความรู้ให้แก่ผู้วิจัย และขอขอบคุณเพื่อน ๆ พี่ ๆ ทุกคนในมิตรภาพ ความรู้ ความเข้าใจ และคำแนะนำดี ๆ ตลอดจนพี่ ๆ เจ้าหน้าที่ทุกท่านในความช่วยเหลือต่าง ๆ ทำยที่สุดขอขอบพระคุณครอบครัวที่คอยสนับสนุนและเป็นกำลังใจ ทำให้วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยดี

หากผลการศึกษานี้มีข้อบกพร่องประการใด ผู้ศึกษาขอน้อมรับไว้ปรับปรุง แก้ไขในการศึกษาครั้งต่อไป

นายอาลี ทองคำวงศ์

## สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	(1)
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	(3)
กิตติกรรมประกาศ	(5)
สารบัญตาราง	(10)
สารบัญภาพ	(11)
บทที่ 1 บทนำ	1
1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	3
1.3 ขอบเขตงานวิจัย	3
1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ	4
1.5 กรอบแนวคิดการวิจัย	5
1.6 ประโยชน์ที่ได้รับ	6
บทที่ 2 วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	7
2.1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	7
2.2 การประเมินเชิงวินิจฉัยและโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ	9
2.2.1 การประเมินเชิงวินิจฉัย	9
2.2.2 ประเภทของการวินิจฉัย	9
2.2.2.1 จำแนกตามระดับความละเอียดในการวินิจฉัย	9
2.2.2.2 จำแนกตามจุดมุ่งหมายของการสอบวินิจฉัย	10
2.2.3 การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	11

2.2.4 โมเดลทางพุทธิปัญญา	12
2.2.5 โมเดลลำดับขั้นคุณลักษณะ	13
2.3 กรอบแนวคิดสำหรับการพัฒนาแบบทดสอบทางพุทธิปัญญา	18
2.3.1 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี	19
2.3.2 กรอบแนวคิดเชิงเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ	19
2.3.3 กรอบแนวคิดแบบผสมผสาน	20
2.4 การพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	20
2.4.1 การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	20
2.4.1.1 การกำหนดโมเดลทางพุทธิปัญญา	20
2.4.1.2 การพัฒนาข้อคำถาม	21
2.4.1.3 การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางเจตมิตี	21
2.4.1.4 การนำเสนอคะแนน	21
2.4.2 การตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	21
2.4.2.1 ค่าความยาก	21
2.4.2.2 ค่าอำนาจจำแนก	22
2.4.2.3 ความตรง	22
2.4.2.4 ความเที่ยง	26
2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง	28
บทที่ 3 วิธีการวิจัย	31
3.1 การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง	31
3.1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย	31
3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง	34
3.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย	36
3.2.1 แบบทดสอบเพื่อศึกษารูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด	36
3.2.1.1 วิเคราะห์รูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้ในการออกแบบแบบทดสอบ	36

3.2.1.2 พัฒนาแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบของสมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด	39
3.2.1.3 ตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบของ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด	39
3.2.1.4 วิเคราะห์รูปแบบสมการที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด	39
3.2.2 แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา	39
3.2.2.1 กำหนดลำดับชั้นคุณลักษณะ	39
3.2.2.2 พัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับชั้น คุณลักษณะ	42
3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล	46
3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล	46
บทที่ 4 ผลการวิเคราะห์ข้อมูล	50
4.1 ผลการสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาด มากที่สุด	50
4.2 ผลการพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้ สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	51
4.2.1 ผลของค่าความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะที่กำหนด	51
4.2.2 ผลของค่าความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย	52
4.2.3 ผลของค่าความตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย	54
4.3 ผลการประเมินเชิงวินิจฉัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พบใน การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	56
บทที่ 5 สรุปผลการวิจัย อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ	68
5.1 สรุปผลการวิจัย	68
5.1.1 รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด	68
5.1.2 แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการ เชิงเส้นตัวแปรเดียว	68

5.1.3 การประเมินเชิงวิจจัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในการ แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	70
5.2 อภิปรายผล	70
5.2.1 รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด	70
5.2.2 แบบทดสอบเชิงวิจจัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว	71
5.2.3 การประเมินเชิงวิจจัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในการ แก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	72
5.3 ข้อเสนอแนะ	74
5.3.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้	74
5.3.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยต่อไป	75
รายการอ้างอิง	76
ภาคผนวก	
ภาคผนวก ก แบบทดสอบสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด	81
ภาคผนวก ข แบบทดสอบเชิงวิจจัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิง เส้นตัวแปรเดียว	84
ประวัติผู้เขียน	89

## สารบัญตาราง

ตารางที่	หน้า
2.1 สมบัติในการหาคำตอบของสมการ	7
2.2 วิธีการและสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ	8
3.1 จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร	31
3.2 จำนวนกลุ่มตัวอย่างในการสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด และในการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย	36
3.3 ตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากหนังสือแบบเรียนรายวิชาพื้นฐานคณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์	37
3.4 ลักษณะของค่าคงที่ a, b และ c เมื่อ I แทนเซตของจำนวนเต็ม และ Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ	38
3.5 รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้ในงานวิจัย เมื่อ I แทนเซตของจำนวนเต็ม และ Q แทนเซตของจำนวนตรรกยะ	38
3.6 คุณลักษณะหลักและคุณลักษณะย่อยที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	40
3.7 แสดงการจัดเรียงลำดับชั้นคุณลักษณะในการหาคำตอบของสมการ $ax + b = c$ ในแต่ละรูปแบบ	41
3.8 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและคุณลักษณะของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย รูปแบบที่ 6	43
4.1 แสดงผลการสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด	50
4.2 ผลการวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	51
4.3 ผลการวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	52
4.4 รูปแบบของคุณลักษณะ จำนวนคน ค่าเฉลี่ยความน่าจะเป็นของการเกิดในแต่ละรูปแบบ ค่า HCI และค่าเฉลี่ยจำนวนข้อที่รูปแบบที่คาดหวังต่างจากรูปแบบที่เกิดขึ้นจริง	54
4.5 ร้อยละของนักเรียนในแต่ละรูปแบบคุณลักษณะ	57
4.6 ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน	58
5.1 ความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและคุณลักษณะ	69

## สารบัญภาพ

ภาพที่	หน้า
2.1 รูปแบบของโครงสร้างลำดับชั้น	14
2.2 A – matrix	14
2.3 R – matrix	15
2.4 $Q_r$ – matrix	16
3.1 ขั้นตอนการพัฒนาและตรวจสอบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย	49
4.1 ค่า HCI ในแต่ละรูปแบบการตอบสนองที่คาดหวัง	55
4.2 การเปรียบเทียบค่า HCI และค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบ	56
5.1 แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะที่ใช้ในการออกแบบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย	69



## บทที่ 1

### บทนำ

#### 1.1 ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การประเมินนักเรียนแบบดั้งเดิมนั้นถูกใช้เพื่อตัดสินความรู้ความสามารถของนักเรียนว่าอยู่ในระดับใดโดยเทียบกับเกณฑ์หรือเทียบกับเพื่อนร่วมชั้นเรียน การประเมินเพื่อตัดสินความรู้ความสามารถของนักเรียนอาจแบ่งตามบทบาทของการประเมินได้ 2 ลักษณะ ได้แก่ (1) การประเมินสรุปรวม (Summative assessment) จากผลสัมฤทธิ์ของนักเรียน และ (2) การประเมินระหว่างเรียน (Formative assessment) ซึ่งการประเมินทั้ง 2 ลักษณะนั้นแตกต่างกัน โดยการประเมินผลการเรียนรู้แบบสรุปรวมเป็นการตัดสินว่านักเรียนผ่านเกณฑ์หรือไม่ผ่านเกณฑ์การเรียนรู้ สำหรับการประเมินระหว่างเรียนเป็นการประเมินเพื่อวินิจฉัยความก้าวหน้าของนักเรียน ซึ่งให้เห็นจุดอ่อน จุดด้อยของนักเรียน นำไปสู่การแก้ไขและปรับปรุง หรือพัฒนาการจัดการเรียนการสอนให้นักเรียนบรรลุวัตถุประสงค์ที่ได้วางไว้ (ศิริชัย กาญจนวาสี, 2556) ดังนั้นการประเมินระหว่างเรียนจึงเป็นการช่วยเหลือและส่งเสริมการเรียนรู้ของนักเรียน เพื่อตัดสินว่านักเรียนรู้อะไรบ้าง ไม่รู้อะไรบ้าง และควรรู้อะไรบ้าง การประเมินระหว่างเรียนจึงเป็นส่วนสำคัญในการสนับสนุนการเรียนรู้

การประเมินเชิงวินิจฉัย (Diagnostic assessment) เป็นการรวบรวมข้อมูลเพื่อตัดสินจุดเด่น จุดด้อย ปัญหาอุปสรรค รวมถึงสาเหตุที่ทำให้เกิดปัญหาและอุปสรรคเหล่านั้น มีเป้าหมายเพื่อการปรับปรุง แก้ไข และพัฒนานักเรียนและวิธีการจัดการเรียนการสอนแก่นักเรียน ในด้านการศึกษาได้มีการใช้การประเมินเชิงวินิจฉัยแพร่หลายมากขึ้น เช่น การประเมินความบกพร่องทางการเรียนรู้ (Learning disability) ของผู้มีความต้องการพิเศษ และการประเมินสำหรับบุคคลทั่วไปที่เกี่ยวข้องกับการเรียนรู้ โดยพยายามชี้ถึงจุดเด่น จุดด้อย ข้อบกพร่อง ปัญหาอุปสรรค ที่ทำให้นักเรียนไม่สามารถบรรลุเป้าหมายทางการเรียนรู้ได้ (Gipps, 1995; Hopkins & Antes, 1990) สารสนเทศที่ได้จากการประเมินเชิงวินิจฉัยจะช่วยเป็นแนวทางให้แก่ครูผู้สอนในการหายุทธวิธีในการจัดการเรียนรู้ให้นักเรียน เพื่อให้นักเรียนประสบความสำเร็จในการเรียนรู้และพัฒนาตนเองได้เต็มศักยภาพ (Nichols & Joldersma, 2008)

การประเมินเชิงวินิจฉัยที่ได้รับความสนใจในปัจจุบันได้จากการนำแนวคิดทางพุทธิปัญญา (Cognitive theory) มาปรับใช้ในการวินิจฉัย จากงานของ Snow และ Lohman (1989) ซึ่งชี้ให้เห็นว่า การสร้างแบบทดสอบที่เป็นที่ยอมรับทางสังคมจำเป็นจะต้องใช้จิตวิทยาในการออกแบบและวัดด้วยวิธีการทางเจตมิตี เพราะจะทำให้เข้าใจลำดับโครงสร้างคะแนนและการให้ความหมายของ



ผลการทดสอบที่ถูกต้อง โดยการประเมินเชิงวินิจฉัยผ่านแนวคิดทางพุทธิปัญญาจะถูกเรียกว่า การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive diagnostic assessment) นำไปสู่การพัฒนาโมเดลทางพุทธิปัญญาจำนวนมาก เพื่อใช้ในการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

โมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive diagnostic model) ได้ถูกให้ความหมายโดย Leighton และ Gierl (2007) ว่าหมายถึง การอธิบายหรือคาดการณ์วิธีการแก้ไขปัญหาของมนุษย์ในระดับต่าง ๆ ขึ้นอยู่กับวิธีการที่แต่ละคนพัฒนาโครงสร้างของความรู้ รวมถึงแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผลและการแก้ปัญหา ปัจจุบันโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาได้ถูกพัฒนาออกมาเป็นจำนวนมาก เช่น RSM (Rule Space Model) และ AHM (Attribute Headachy Model) โดยโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ (AHM) ถูกพัฒนาโดย Leighton, Gierl และ Hunka (2004) เป็นโมเดลการวินิจฉัยในกลุ่มทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item response theory) สำหรับประเมินระดับความสามารถของนักเรียนและให้ข้อมูลย้อนกลับมาในรูปแบบโปรไฟล์ที่แสดงความรอบรู้ของนักเรียนสำหรับเซตของคุณลักษณะ (Attribute) ซึ่งโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะนั้นอยู่บนสมมติฐานที่ว่าแบบทดสอบนั้นสามารถถูกอธิบายได้ด้วยความเป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะ

วิชาคณิตศาสตร์เป็นวิชาที่มีลักษณะเป็นนามธรรมและมีโครงสร้างที่ชัดเจน นักเรียนจะเกิดการเรียนรู้และมีความเข้าใจคณิตศาสตร์ได้ดี นักเรียนจะต้องใช้ความคิดอย่างเป็นเหตุเป็นผลและแก้ปัญหาเป็นลำดับขั้นตอน สามารถถ่ายโอนทักษะความรู้จากระดับพื้นฐานไปสู่ระดับที่สูงกว่าได้ อันเนื่องจากเนื้อหาของคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กันอย่างต่อเนื่อง ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ได้จัดกลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์เป็น 3 สาระ ได้แก่ จำนวนและพีชคณิต การวัดและเรขาคณิต และสถิติและความน่าจะเป็น (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2557) จำนวนและพีชคณิตเป็นหนึ่งในกลุ่มสาระที่มีความสำคัญและเป็นประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาต่าง ๆ ในชีวิตจริง และเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ขั้นสูง ธรรมชาติของพีชคณิตเป็นเรื่องที่เกี่ยวข้องกับสัญลักษณ์ และตัวแปร เป็นการศึกษาเกี่ยวกับความสัมพันธ์และฟังก์ชัน นิพจน์ สมการ และอสมการ

สมการเป็นประโยคที่แสดงความเท่ากันของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ = บอกการเท่ากัน (สถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, 2557) โดยสมการนั้นมีด้วยกันหลายรูปแบบ สมการเชิงเส้นเป็นหนึ่งในรูปแบบของสมการเหล่านั้น

สมการเชิงเส้น (Linear equation) เป็นสมการที่แต่ละพจน์มีเพียงค่าคงที่หรือผลคูณระหว่างค่าคงที่กับตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังเป็นหนึ่ง รูปทั่วไปของสมการเชิงเส้นบนระบบจำนวนจริง คือ  $ax + b = 0$  เมื่อ  $a, b$  เป็นค่าคงตัว และ  $a \neq 0$  สมการเชิงเส้นเป็นพื้นฐานสำคัญในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์เกือบทุกเรื่อง เช่น สมการกำลังสอง สมการกำลังสาม เรขาคณิตวิเคราะห์ ฟังก์ชัน

แคลคูลัส จึงสรุปได้ว่า การเรียนรู้สมการเชิงเส้นและวิธีการแก้สมการเป็นพื้นฐานในการศึกษาวิชาคณิตศาสตร์ต่อไป

การวิเคราะห์ข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นจากการแก้สมการได้ถูกศึกษามาเป็นระยะเวลา ยาวนานสำหรับสาขาจิตวิทยาการรู้คิด (Cognitive psychology) เช่น Payne และ Squibb (1990) ยอมรับว่าเป็นไปไม่ได้ที่จะจำแนกความแตกต่างระหว่างข้อผิดพลาดที่เกิดจากความไม่ตั้งใจ (slip) กับความผิดพลาดที่เกิดขึ้นเพราะความไม่เข้าใจ (mistake) โดยการแสดงจุดผิดของนักเรียน เกิดขึ้นจากกระบวนการคิดของนักเรียน Cortes (1993) วิเคราะห์ความผิดพลาดและโมเดลทางพุทธิปัญญาในการแก้สมการ โดยการแยกแยะระหว่างการแก้สมการด้วยทฤษฎีทางคณิตศาสตร์และความเข้าใจที่นักเรียนสร้างขึ้น พบข้อผิดพลาดที่เกิดจากการสร้างกฎเกณฑ์ขึ้นเองของนักเรียน

เพื่อให้นักเรียนสามารถเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ผู้สอนจำเป็นจะต้องวางพื้นฐานในเรื่องการแก้สมการให้แก่ นักเรียนและแก้ไขจุดอ่อนของนักเรียนได้ ผู้วิจัยจึงเลือกที่จะพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยประยุกต์ใช้โมเดลลำดับขั้นคุณลักษณะในการพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย ให้ครอบคลุมคุณลักษณะทั้งหมดที่นักเรียนต้องใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นำมาสู่สารสนเทศที่ครอบคลุมและเป็นประโยชน์ในการประเมินจุดด้อยของนักเรียนในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อให้ผู้สอนสามารถแก้ไขจุดด้อยของนักเรียนได้อย่างตรงจุด

## 1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

- 1.2.1 เพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด
- 1.2.2 เพื่อพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว
- 1.2.3 เพื่อประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พบในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

## 1.3 ขอบเขตงานวิจัย

- 1.3.1 การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในครั้งนี้ จำกัดขอบเขตการวินิจฉัยคุณลักษณะทางคณิตศาสตร์ด้วยกัน 5 เรื่อง ได้แก่ การบวก

และการลบจำนวนเต็ม การคูณและการหารจำนวนเต็ม การบวกและการลบเศษส่วน การบวกและการลบพหุนาม และสมบัติการเท่ากัน

1.3.2 ตัวแปรที่ใช้ในการศึกษาครั้งนี้ คือ รูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว คุณลักษณะในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และลำดับชั้นคุณลักษณะในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

1.3.3 ประชากรที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนในสังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน

1.3.4 กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยในครั้งนี้ คือ นักเรียนมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่กำลังศึกษาอยู่ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนในสังกัดเขตพื้นที่การศึกษาเขต 1 สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน ปีการศึกษา จำนวน 205 คน ที่กำหนดโดยวิธีการสุ่มแบบสองขั้นตอน (Two – Stages Random Sampling)

#### 1.4 นิยามศัพท์เฉพาะ

**คุณลักษณะ (Attribute)** หมายถึง การบรรยายวิธีการ ทักษะ ความรู้ หรือกระบวนการที่ต้องใช้ในการทำงานที่มีขอบเขตเฉพาะเพื่อให้งานนั้นบรรลุเป้าหมาย คุณลักษณะจะช่วยสร้างยุทธวิธีที่ใช้ในการแก้ปัญหาและมีลักษณะเป็นพลวัต

**รูปแบบคุณลักษณะ (Attribute pattern)** หมายถึง โปรไฟล์ของนักเรียนในการแก้ปัญหา โดยนำเสนอเป็นเซตของคุณลักษณะที่นักเรียนมีหรือไม่มีในการแก้ปัญหา

**การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา** หมายถึง การวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนทางพุทธิปัญญาของนักเรียนจากการคิดและการเรียนรู้ มีจุดประสงค์เพื่อวัดโครงสร้างความรู้และทักษะที่เฉพาะและวัดคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของนักเรียนอย่างเฉพาะเจาะจงต่อแต่ละบุคคล ซึ่งจะให้สารสนเทศเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ โดยการอนุมานจากคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้และให้ข้อมูลย้อนกลับไปในลักษณะของโปรไฟล์ความรู้ในแต่ละคุณลักษณะของนักเรียน

**โมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา** หมายถึง โมเดลการวินิจฉัยที่นำโครงสร้างทางพุทธิปัญญามาใช้ในการออกแบบข้อสอบ การให้คะแนน และการรายงานถึงการสอนและการเรียนรู้

**ลำดับชั้นคุณลักษณะ** หมายถึง คุณลักษณะซึ่งถูกจัดเรียงตามลักษณะความสัมพันธ์เชิงลำดับขึ้นจากลำดับชั้นที่ต้องมีก่อน (Prerequisite) ไปยังลำดับชั้นที่สูงกว่า

**โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ** หมายถึง ประเภทหนึ่งของโมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา โดยโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะถูกพัฒนาขึ้นบนฐานของทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบทางพุทธิปัญญา ซึ่งให้ความสนใจกับความเป็นลำดับชั้นของคุณลักษณะ เพื่อใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบจนถึงการแปลผลการทดสอบ

**สมการ** หมายถึง ประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ = บอกรการเท่ากัน

**สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง สมการที่อยู่ในรูป  $ax + b = c$  เมื่อ  $x$  เป็นตัวแปร และ  $a, b$  และ  $c$  เป็นค่าคงที่ โดยในงานวิจัยฉบับนี้จะให้ความสนใจค่า  $a, b$  และ  $c$  ที่อยู่ในรูปของจำนวนเต็มหรือเศษส่วนของจำนวนเต็ม

**การแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง การหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้ทักษะในเรื่อง การบวกและการลบ การคูณและการหาร และสมบัติการเท่ากัน

**แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางคณิตศาสตร์เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว** หมายถึง แบบทดสอบที่สร้างตามวิธีลำดับชั้นคุณลักษณะในเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว เพื่อใช้ระบุข้อบกพร่องของนักเรียนเกี่ยวกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1

**คุณภาพแบบทดสอบสำรวจ** หมายถึง ความถูกต้อง ความแม่นยำ และความน่าเชื่อถือของแบบทดสอบ ใช้หลักการตรวจสอบแบบสอบอิงเกณฑ์ ได้แก่ ความตรงเชิงเนื้อหา และค่าความยาก

**คุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา** หมายถึง ความถูกต้อง ความแม่นยำ และความน่าเชื่อถือของแบบทดสอบ ใช้หลักการตรวจสอบแบบสอบอิงเกณฑ์ ได้แก่ ความตรงเชิงเนื้อหา ดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น และความเที่ยงแบบสอดคล้องการตัดสินใจ

## 1.5 กรอบแนวคิดการวิจัย

งานวิจัยฉบับนี้ต้องการพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ภายใต้กรอบแนวคิดทางพุทธิปัญญา (Cognitive framework) แบบผสมผสานระหว่างกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีและกรอบแนวคิดเชิงเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ สำหรับกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีผู้วิจัยใช้วิธีลำดับชั้นคุณลักษณะ (Attribute hierarchy method) เป็นกรอบแนวคิดในการพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาและการกำหนดคุณลักษณะในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และกรอบแนวคิดเชิงเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญถูกใช้ในการกำหนดคุณลักษณะและลำดับชั้นคุณลักษณะในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

## 1.6 ประโยชน์ที่ได้รับ

1.6.1 คุณลักษณะและลำดับชั้นคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวตามแนวคิดทางพหุติปัญญา ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการพัฒนาการจัดการเรียนรู้และพัฒนาแบบทดสอบให้มีประสิทธิภาพมากขึ้น

1.6.2 แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพหุติปัญญาในเรื่องสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งเป็นประโยชน์ต่อการประเมินจุดอ่อนและจุดแข็งของนักเรียนตามแนวคิดทางพหุติปัญญา

1.6.3 พบจุดแข็งและจุดอ่อนที่นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 1 ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว ซึ่งจะเป็นประโยชน์ต่อการวางแผนจัดกระบวนการเรียนการสอนและการประเมินผลของผู้สอนและผู้ดูแลหลักสูตร



## บทที่ 2

### วรรณกรรมและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

#### 2.1 สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

สมการ เป็นประโยคที่แสดงการเท่ากันของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์ “=” บอกการเท่ากัน ในบางครั้งสมการอาจมีตัวอักษรภาษาอังกฤษที่ใช้ในการนำเสนอจำนวนที่ยังไม่แน่นอน เราเรียกตัวอักษรที่ใช้ในการนำเสนอจำนวนที่ยังไม่แน่นอนนี้ว่า “ตัวแปร” โดยสมการจะเป็นจริงหรือไม่จริงขึ้นอยู่กับค่าของตัวแปรที่อยู่ในสมการ ถ้าค่าของตัวแปรทำให้สมการเป็นจริง จะถูกเรียกว่า “คำตอบของสมการ”

ในการหาคำตอบของสมการอาจมองหาจำนวนที่ทำให้สมการเป็นจริงโดยการแทนค่าลงในตัวแปร แต่เพื่อความรวดเร็วในการหาคำตอบของสมการจะใช้สมบัติของการเท่ากันในการหาคำตอบ ได้แก่ สมบัติสมมาตร สมบัติถ่ายทอด และสมบัติการเท่ากันซึ่งสามารถแยกได้เป็น สมบัติการบวก และสมบัติการคูณ โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 2.1

ตารางที่ 2.1

สมบัติในการหาคำตอบของสมการ

สมบัติ	คำอธิบาย	ตัวอย่าง
สมมาตร	ถ้า $a = b$ และ $b = a$ เมื่อ $a$ และ $b$ แทนจำนวนใด ๆ	ถ้า $x = y$ แล้ว $y = x$
ถ่ายทอด	ถ้า $a = b$ และ $b = c$ แล้ว $a = c$ เมื่อ $a, b$ และ $c$ แทนจำนวนใด ๆ	ถ้า $x = y$ และ $y = 3$ แล้ว $x = 3$
การบวก	ถ้า $a = b$ แล้ว $a + c = b + c$ เมื่อ $a, b$ และ $c$ แทนจำนวนใด ๆ	ถ้า $x - 5 = 10$ แล้ว $x - 5 + 5 = 10 - 5$
	ถ้า $a = b$ แล้ว $a - c = b - c$ เมื่อ $a, b$ และ $c$ แทนจำนวนใด ๆ	ถ้า $x + 5 = 10$ แล้ว $x + 5 - 5 = 10 - 5$
การคูณ	ถ้า $a = b$ แล้ว $ca = cb$ เมื่อ $a, b$ และ $c$ แทนจำนวนใด ๆ	ถ้า $\frac{x}{2} = 7$ แล้ว $2\left(\frac{x}{2}\right) = 2 \times 7$
	ถ้า $a = b$ แล้ว $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ เมื่อ $a, b$ และ $c$ เป็นจำนวนใด ๆ ที่ $c \neq 0$	ถ้า $2x = 8$ แล้ว $\frac{2x}{2} = \frac{8}{2}$

สำหรับการหาคำตอบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป  $ax + b = c$  เมื่อ  $a, b$  และ  $c$  เป็นจำนวนใด ๆ ที่  $a \neq 0$  จะมีถูกใช้สมบัติใดในการแก้สมการขึ้นอยู่กับค่า  $a$  และ  $b$  ของสมการ  $ax + b = c$  ที่ปรากฏเป็นตัวอย่างตามหนังสือแบบเรียนคณิตศาสตร์รายวิชาพื้นฐานของสถาบันส่งเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี (สสวท) โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 2.2

### ตารางที่ 2.2

#### วิธีการและสมบัติที่ใช้ในการแก้สมการ

ตัวอย่างที่	จงแก้สมการ	วิธีทำ	สมบัติที่ใช้
1	$a - 12 = 35$	นำ 12 บวกทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
2	$b + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$	นำ $\frac{1}{2}$ ลบทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
3	$\frac{c}{5} = -15$	นำ 5 คูณทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
4	$-3d = 20$	นำ $-3$ หารทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
5	$1.5y = -7.5$	นำ 1.5 หารทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการหาร
6	$\frac{z}{3} + 2 = 7$	นำ 2 ลบทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
		นำ 3 คูณทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
7	$5x + \frac{3}{2} = -1$	นำ $\frac{3}{2}$ ลบทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
		นำ 5 หารทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
8	$\frac{1}{2}(c+3) = 1$	นำ 2 คูณทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
		นำ 3 ลบทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
8	$\frac{1}{2}(c+3) = 1$	นำ $\frac{1}{2}$ ในวงเล็บ	สมบัติการแจกแจง
		นำ $\frac{3}{2}$ ลบทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
		นำ 2 คูณทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
9	$5x + 3 = 3x - 5$	นำ $-3x$ มาบวกทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
		นำ 3 มาบวกทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการบวก
		นำ 2 มาหารทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
10	$\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6}$	นำ 6 คูณทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ
		นำ 3 หารทั้งสองข้างของสมการ	สมบัติการคูณ



จากการพิจารณาวิธีการแก้สมการและสมบัติการแก้สมการจะเห็นว่าแม้จะใช้สมบัติเดียวกันในการแก้สมการแต่อาจแยกย่อยเป็นกรณีย่อยได้มากกว่า 1 สมบัติ เช่น สมบัติการบวกในข้อที่ 1 ทำโดยการบวก 12 ทั้งสองข้าง แต่สมบัติการบวกในข้อที่ 2 ทำโดยการลบ  $\frac{1}{2}$  ทั้งสองข้าง

## 2.2 การประเมินเชิงวินิจฉัยและโมเดลลำดับขั้นคุณลักษณะ

ในหัวข้อการประเมินเชิงวินิจฉัย ผู้วิจัยทบทวนวรรณกรรมที่เกี่ยวข้องซึ่งสามารถแบ่งได้เป็น 5 หัวข้อได้แก่ การประเมินเชิงวินิจฉัย ประเภทของการวินิจฉัย การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา โมเดลทางพุทธิปัญญา และโมเดลลำดับขั้นคุณลักษณะ

### 2.2.1 การประเมินเชิงวินิจฉัย

การวินิจฉัย เป็นคำที่ใช้ในทางการแพทย์และพฤติกรรมศาสตร์ เพื่อศึกษาปัญหาและสาเหตุของความเจ็บไข้และพฤติกรรมเบี่ยงเบนของบุคคลทั่วไป ในด้านการศึกษาเป็นการนำการวินิจฉัยมาใช้กันอย่างแพร่หลายมากขึ้นในช่วงหลายทศวรรษที่ผ่านมา โดยให้ความหมายของคำว่า “การวินิจฉัย” ว่าหมายถึงการค้นหาลักษณะข้อบกพร่องเพื่อใช้หาความบกพร่องทางการเรียนรู้หรือตรวจสอบความผิดพลาดทางความเข้าใจของนักเรียน นำไปสู่การหาวิธีพัฒนาและแก้ไขข้อบกพร่องหรือความผิดพลาดนั้น ๆ (โกวิท ประวาลพฤกษ์ และ สงบ ลักษณะ อ่างถึงใน สุพักตร์ พิบูลย์, 2553) โดยจะมีเครื่องมือที่ใช้ในการวินิจฉัยถูกเรียกว่า “แบบทดสอบเชิงวินิจฉัย” แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยเป็นการทดสอบหรือการเปรียบเทียบลักษณะ (Profile) ของแต่ละบุคคลกับบรรทัดฐานหรือเกณฑ์ โดยเน้นการวินิจฉัยจุดเด่นและจุดด้อยของบุคคลเกี่ยวกับกระบวนการคิด กระบวนการเรียนรู้ เพื่อเป็นส่วนชี้้นำให้ผู้สอนในการปรับปรุง แก้ไข และเสริมซ่อมแก่นักเรียน (Delandshere, 1990; Brown, 1983)

### 2.2.2 ประเภทของการวินิจฉัย

ประเภทของการวินิจฉัยสามารถจำแนกได้หลายประเภท ตามเกณฑ์ที่นำมาใช้ในการจำแนก ในที่นี้จะจำแนกประเภทของการวินิจฉัยด้วยกัน 2 เกณฑ์ ได้แก่ เกณฑ์การจำแนกตามระดับความละเอียดในการวินิจฉัย และ เกณฑ์การจำแนกตามจุดมุ่งหมายของการวินิจฉัย

#### 2.2.2.1 จำแนกตามระดับความละเอียดในการวินิจฉัย

การจำแนกตามระดับความละเอียดในการวินิจฉัย สามารถจำแนกได้เป็น 3 ประเภท ได้แก่ (1) การวินิจฉัยแบบทั่วไป (2) การวินิจฉัยแบบวิเคราะห์ และ (3) การวินิจฉัยแบบคลินิก (Underhill, 1972 อ้างถึงใน ปิยาพร ขาวสะอาด, 2541)



1. การวินิจฉัยแบบทั่วไป (General diagnosis) เป็นการวินิจฉัยระดับทั่วไป (General level) เป็นขั้นการสำรวจเพื่อทราบระดับความสามารถทั่ว ๆ ไปของนักเรียน รายบุคคลและรายกลุ่ม เครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นแบบทดสอบ ทั้งแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ที่ครูสร้างขึ้นและแบบทดสอบมาตรฐาน อาจใช้การวินิจฉัยโดยการเปรียบเทียบกับเกณฑ์ปกติ (norm) ซึ่งจะทำให้ทราบข้อบกพร่องต่าง ๆ ของนักเรียนอย่างกว้าง ๆ

2. การวินิจฉัยแบบวิเคราะห์ (Analytical diagnosis) เป็นการวินิจฉัยระดับเฉพาะ (specific level) โดยการเก็บรวบรวมข้อมูลโดยละเอียดเกี่ยวกับความสามารถของนักเรียนเพื่อทราบข้อบกพร่องของนักเรียนในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง เครื่องมือที่ใช้ส่วนใหญ่เป็นแบบทดสอบที่มีเนื้อหาเฉพาะเจาะจงในเรื่องใดเรื่องหนึ่ง การวินิจฉัยแบบเฉพาะมักดำเนินการภายหลังจากการวินิจฉัยแบบทั่วไป เพื่อให้ได้ข้อมูลที่มีรายละเอียดที่ลึกซึ้งมากขึ้น

3. การวินิจฉัยแบบคลินิก (Clinical diagnosis) เป็นการวินิจฉัยระดับละเอียดลึกซึ้ง (intensive level) เพื่อให้เห็นถึงสาเหตุของปัญหาหรือข้อบกพร่องที่พบในตัวนักเรียน ซึ่งมีความซับซ้อน การใช้ข้อมูลจากแหล่งใดแหล่งหนึ่งเพียงแหล่งเดียวจึงไม่เพียงพอ จำเป็นต้องใช้ข้อมูลจากหลายแหล่งประกอบกัน เช่น การใช้ข้อมูลจากแบบทดสอบ ประกอบการสัมภาษณ์ และการศึกษาสภาพครอบครัว

#### 2.2.2.2 จำแนกตามจุดมุ่งหมายของการสอบวินิจฉัย

การจำแนกตามจุดมุ่งหมายของการวินิจฉัย สามารถจำแนกได้ 3 ประเภท ได้แก่ (1) การสอบวินิจฉัยเพื่อวัดความรู้ หรือทักษะพื้นฐานที่จำเป็นของผู้เรียน หรือวัดความรู้ในเรื่องใด ๆ (2) การสอบวินิจฉัยเพื่อวิเคราะห์สาเหตุของความบกพร่องในการเรียนที่เกิดขึ้น เพื่อจะได้กำหนดวิธีสอนที่เหมาะสมหรือแก้ปัญหาคัดตรงจุด และ (3) การสอบวินิจฉัยเพื่อการวิเคราะห์โครงสร้างหรือลำดับขั้นการเรียนรู้ สำหรับการออกแบบการเรียนรู้ในเรื่องต่าง ๆ (สุพัทธ์พิบูลย์, 2553)

1. การสอบวินิจฉัยเพื่อวัดความรู้ หรือทักษะพื้นฐานที่จำเป็นของผู้เรียน หรือวัดความรอบรู้ในเรื่องใด ๆ อาจจำแนกได้ 2 ลักษณะย่อย คือ (1) การวินิจฉัยความรู้พื้นฐานที่จำเป็นเพื่อเรียนเรื่องหนึ่งเรื่องใด เป็นการวินิจฉัยความรู้พื้นฐานในเรื่องที่เกี่ยวข้อง ที่จะเป็ นฐานความรู้สำคัญในการเรียนเรื่องนั้น ๆ ให้ประสบความสำเร็จ (2) การสอบเพื่อวินิจฉัยความรอบรู้ในเรื่องนั้น ๆ เช่น การทดสอบความรู้พื้นฐานเดิม โดยไม่ได้มุ่งเน้นในการวินิจฉัยข้อบกพร่อง ซึ่งมักปรากฏในการทดสอบก่อนเรียน (pre – test) เพื่อนำคะแนนไปเปรียบเทียบกับคะแนนทดสอบหลังเรียน (post – test) แล้วตัดสินระดับพัฒนาการเรียนรู้ของผู้เรียน

2. การสอบวินิจฉัยเพื่อวิเคราะห์สาเหตุของความบกพร่องในการเรียนที่เกิดขึ้น เพื่อจะได้กำหนดวิธีสอนที่เหมาะสมหรือแก้ปัญหาได้ตรงจุด เป็นการวินิจฉัยหลังจากเกิดปัญหาในการเรียนแล้ว ครูผู้สอนต้องการตรวจสอบว่าปัญหาของนักเรียนเกิดจากความบกพร่องในลักษณะใด

3. การสอบวินิจฉัยเพื่อการวิเคราะห์โครงสร้างหรือลำดับชั้นการเรียนรู้ สำหรับการออกแบบการเรียนรู้ในเรื่องต่าง ๆ เป็นการวินิจฉัยเพื่อกำหนดโครงสร้าง ลำดับการเรียนรู้ในการเรียนรู้เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว นักเรียนจะต้องมีความรู้เรื่อง การบวกและการลบ การคูณและการหาร และสมบัติการเท่ากัน เป็นต้น ข้อสงสัยในการออกแบบการเรียนรู้ คือ ความรู้ใน 4 เรื่อง ดังกล่าว มีความเชื่อมโยงกันหรือไม่ เรื่องใดควรเรียนรู้ก่อนหรือหลัง เรื่องใดมีผลเชื่อมโยงต่อการเรียนรู้เรื่องอื่น

จากที่กล่าวมาข้างต้น งานวิจัยฉบับนี้เป็นงานวิจัยที่ต้องการพัฒนาเครื่องมือในการวินิจฉัยข้อบกพร่องในการเรียนรู้เนื้อหาที่เฉพาะของนักเรียนในรูปแบบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย โดยแบบทดสอบจะให้สารสนเทศที่เกี่ยวกับจุดเด่นและจุดด้อยของคุณลักษณะของนักเรียนในเนื้อหาเฉพาะ ทำให้แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยในงานวิจัยฉบับนี้สามารถใช้ในการวินิจฉัยที่ระดับการวินิจฉัยแบบวิเคราะห์ผล หากจำแนกตามวัตถุประสงค์ของการวินิจฉัยจะเป็นการสอบวินิจฉัยเพื่อการวิเคราะห์โครงสร้างหรือลำดับชั้นการเรียนรู้ได้

### 2.2.3 การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive diagnostic assessment: CDA) เป็นการรวมกันของศาสตร์ 2 ศาสตร์ คือ จิตวิทยาพุทธิปัญญา (Cognitive psychology) และ โมเดลการวัดทางจิตมิติ (Psychometric modeling) โดยจิตวิทยาพุทธิปัญญาจะช่วยให้ทราบถึงโครงสร้างหรือลำดับชั้นคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาในการเรียนรู้ ในขณะที่โมเดลการวัดทางจิตมิติทำให้ได้สารสนเทศในการวินิจฉัยความรอบรู้ของนักเรียนในแต่ละคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาที่ใช้ในการเรียนรู้ (Gierl, Leighton & Hunka, 2000; Ketterlin, Jung, Geller & Yovanoff, 2008)

การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา มีจุดประสงค์เพื่อออกแบบเครื่องมือในการวัดโครงสร้างความรู้และทักษะที่เฉพาะและวัดคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาของนักเรียนอย่างเฉพาะเจาะจงต่อแต่ละบุคคลที่จะให้สารสนเทศเกี่ยวกับผลการเรียนรู้ ผลการประเมินการจัดกิจกรรมการเรียนรู้ จุดแข็งและจุดอ่อนทางพุทธิปัญญาของนักเรียนจากการคิดและการเรียนรู้ โดยการอนุมานจากคะแนนสอบที่นักเรียนทำได้และให้ข้อมูลย้อนกลับไปในลักษณะของโปรไฟล์ความรู้ในแต่ละคุณลักษณะของนักเรียน การประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาจึงจำเป็นที่จะต้องมียุทธศาสตร์ที่ชัดเจนเพื่ออธิบายกระบวนการที่ผู้เรียนดึงกระบวนการทางพุทธิปัญญาออกมา โดยมีขั้นตอนได้แก่

กำหนดโมเดลทางพุทธิปัญญา พัฒนาแบบทดสอบให้เป็นไปตามลำดับชั้นคุณลักษณะในโมเดลทางพุทธิปัญญาที่กำหนด วิเคราะห์ข้อมูลโดยอาศัยทฤษฎีการวัดทางจิตมิติเพื่อให้สารสนเทศในการวินิจฉัยความรอบรู้ของนักเรียนผ่านโมเดลวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

#### 2.2.4 โมเดลทางพุทธิปัญญา

โมเดลทางพุทธิปัญญา (Cognitive Model) ได้ถูกให้ความหมายโดย Leighton และ Gierl (2007) ว่าหมายถึง การอธิบายหรือคาดการณ์วิธีการแก้ไขปัญหาของมนุษย์ในระดับต่าง ๆ ซึ่งขึ้นอยู่กับวิธีการที่แต่ละคนพัฒนาโครงสร้างของความรู้ รวมถึงแนวคิดที่เกี่ยวข้องกับการให้เหตุผล และการแก้ปัญหา และ Ye (2005) ได้กล่าวว่า “เพื่อที่จะวินิจฉัยว่านักเรียนเรียนรู้ได้ดีแค่ไหน จึงเป็นสิ่งจำเป็นที่จะต้องรู้ล่วงหน้าถึงวิธีการที่นักเรียนเรียนรู้” สำหรับคำว่า ความรู้ (Knowledge) และ ทักษะ (Skill) ถูกใช้เพื่อนำเสนอถึงสิ่งที่รู้ (รู้อะไร) และ รู้อย่างไร ตามลำดับ ซึ่งสอดคล้องกับ Gierl, Alevs และ Majeau (2010) ที่กล่าวว่า โมเดลทางพุทธิปัญญาถูกสร้างขึ้นโดยการศึกษาความรู้ กระบวนการ และกลยุทธ์ ที่ผู้สอบใช้ในการตอบข้อสอบ เป็นโครงสร้างและทักษะกระบวนการเฉพาะ มีลักษณะเป็นลำดับขั้นของกระบวนการทางพุทธิปัญญาที่เฉพาะในแต่ละเนื้อหา

โมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา (Cognitive diagnostic models: CDMs) เป็นการนำโครงสร้างทางพุทธิปัญญามาใช้ในการออกแบบข้อสอบ การให้คะแนน และการรายงานถึง การสอนและการเรียนรู้ ซึ่งในปัจจุบันได้มีการพัฒนาโมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยกันหลายแบบ แต่ละแบบจะมีลักษณะที่เหมาะสมต่อการใช้ที่แตกต่างกัน โดยโมเดลที่เป็นที่กล่าวถึงอย่างมากคือ Rule Space Model ซึ่งถูกพัฒนาโดย Tatsuoka ตั้งแต่ปี ค.ศ. 1980 โดยมีจุดประสงค์เพื่อบ่งชี้ระดับความผิดปกติของแบบแผนการตอบข้อสอบ โดยมีดัชนีชี้วัด 2 ตัวได้แก่ ดัชนีการคล้อยตามกลุ่ม (Norm conformity index: NCI) และดัชนีความสอดคล้องรายบุคคล (Individual Consistency Index: ICI) ต่อมาในปี ค.ศ. 1983 Tatsuoka ได้นำแนวคิดการประเมินกฎ (Rule-assessment method) วิธีดัชนีบุคคล (Personal-index approach) มาประยุกต์ใช้กับ Rule Space Model เพื่อเปรียบเทียบความใกล้เคียงของแบบแผนการตอบข้อสอบกับแบบการคิดผิดต่าง ๆ (Tatsuoka and Tatsuoka, 1981; Tatsuoka and Tatsuoka, 1983; Tatsuoka, 1984) ในปี ค.ศ. 1990 Tatsuoka ได้นำแนวคิดจิตวิทยาด้านพุทธิปัญญามาใช้ในการวินิจฉัยร่วมกับทฤษฎีการตอบสนองข้อสอบ (Item respond theory: IRT) เพื่อการวินิจฉัยจุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนตามแนวคิดทฤษฎีพุทธิปัญญา (Cognitive theory) โดยการตรวจสอบความรู้และทักษะในการทำแบบทดสอบในเนื้อหา นั้น ๆ เพื่อจำแนกแบบแผนการตอบข้อสอบของผู้สอบไปสู่แบบแผนคุณลักษณะความรอบรู้ (Attribute-mastery patterns) จากการใช้ทักษะทางด้านพุทธิปัญญาที่แตกต่างกัน โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นว่าโมเดลที่ได้จากข้อสอบอาจจะบรรยายได้ด้วยทักษะทางพุทธิปัญญาเฉพาะซึ่งสามารถ

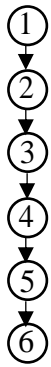
จำแนกวิธีการ ทักษะ หรือกระบวนการของผู้สอบได้ และเรียกทักษะทางพุทธิปัญญาเฉพาะนี้ว่า คุณลักษณะ (Attribute) โดยคุณลักษณะเป็นส่วนที่เล็กที่จะใช้ในการอนุมานการวินิจฉัย คุณลักษณะสามารถรวมวิธีการ ทักษะ หรือกระบวนการที่แตกต่างกันที่ผู้สอบใช้ในการทำแบบทดสอบ (de la Torres, 2009; Gierl, Leighton & Hunka, 2000)

### 2.2.5 โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ

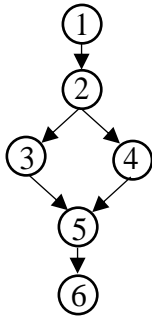
โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ (Attribute headachy model: AHM) เป็นอีกหนึ่งโมเดลของโมเดลการวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา ซึ่งถูกจัดอยู่ในโมเดลการวินิจฉัยประเภทหนึ่งของการวินิจฉัยเชิงจำแนก (Diagnosis classification models, DCMs) และเป็นโมเดลประเภททฤษฎีการตอบสนองข้อสอบทางพุทธิปัญญา (Cognitive item response theory model) ซึ่งมีพื้นฐานคล้ายคลึงกับการใช้แนวคิดการประเมินกฎ (Rule – Space Method, RSM) ของ Tutsuoka (1983) ที่ได้นำเสนอวิธีการคาดการณ์แนวคิดของนักเรียนจากคำตอบที่นักเรียนได้แสดงออกมา โดย Tutsuoka ได้เขียนกฎแสดงวิธีการคิดของนักเรียนในแต่ละรูปแบบซึ่งมีทั้งรูปแบบที่ถูกต้องและไม่ถูกต้องเพื่อใช้ตรวจสอบวิธีการคิดของนักเรียน โดยนำคำตอบที่ได้มาตรวจสอบว่าตรงกันหรือใกล้เคียงกับลักษณะของกฎใด (Tutsuoka, 1983) แต่เนื่องจากแนวคิดการประเมินกฎนั้นกำหนดให้คุณลักษณะแต่ละคุณลักษณะนั้นเป็นอิสระต่อกัน ซึ่งในบางเนื้อหาอาจมีองค์ความรู้ที่มีความเป็นลำดับชั้น ทำให้ Leighton, Gierl และ Hunka ได้นำเสนอโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะเพื่อการประเมินเชิงวินิจฉัยในเนื้อหาที่คุณลักษณะมีความเป็นลำดับชั้น

โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะอยู่บนความเชื่อที่ว่าประสิทธิภาพของแบบทดสอบนั้นขึ้นอยู่กับเขตของคุณลักษณะที่ถูกจัดลำดับชั้น โดยคุณลักษณะอาจถูกมองได้ว่าเป็นต้นกำเนิดของกระบวนการทางความเข้าใจ (Cognitive process) ทั้งต่อการสร้างแบบทดสอบและการแก้ปัญหาในแบบทดสอบ ในงานวิจัยของ Leighton และคณะได้กล่าวถึงรูปแบบของโครงสร้างลำดับชั้น (Forms of hierarchical structures) ด้วยกัน 4 แบบ ดังภาพที่ 2.1 แนนอนว่าโครงสร้างทั้ง 4 แบบสามารถนำมาผสมผสานกันได้ (Leighton, Gierl, & Hunka, 2004)

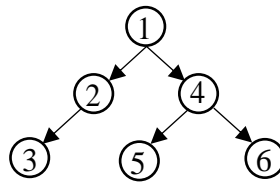
เพื่อการออกแบบแบบทดสอบในการวินิจฉัย Leighton และคณะจึงได้สร้างเมทริกซ์ลดทอน (Reduced incidence matrix,  $Q_r$  – matrix) ที่จะใช้ในการนำเสนอรูปแบบปัญหาทั้งหมดที่จะต้องใช้ในการตรวจสอบคุณลักษณะที่มีความเป็นลำดับชั้น ซึ่งเป็นแนวคิดในการจำแนกความเป็นไปได้ทั้งหมดของคุณลักษณะต่าง ๆ เช่นเดียวกับ Incidence matrix ( $Q$  – matrix) ของ Tatsuoka แตกต่างตรงที่  $Q_r$  – matrix จะลดทอนกรณีที่ไม่สามารถเกิดขึ้นได้ของคุณลักษณะที่อยู่ต่ำกว่า เมื่อคุณลักษณะที่อยู่สูงกว่ายังไม่เกิดขึ้น เพื่อที่จะสร้าง  $Q_r$  – matrix จะต้องนำเสนอเมทริกซ์ดังต่อไปนี้



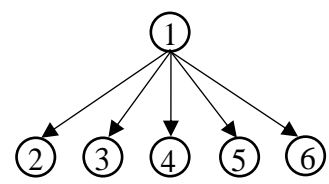
ภาพที่ 2.1 - A



ภาพที่ 2.1 - B



ภาพที่ 2.1 - C

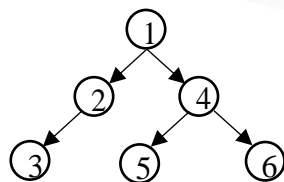


ภาพที่ 2.1 - D

ภาพที่ 2.1 รูปแบบของโครงสร้างลำดับชั้น

จากโครงสร้างลำดับชั้นสามารถนำมาเขียนเมทริกซ์เพื่อนำเสนอความสัมพันธ์แบบลำดับชั้นของแต่ละคุณลักษณะ โดยในแต่ละแถวที่  $i$  จะให้ค่า 1 กับคอลัมน์ที่  $j$  เมื่อคุณลักษณะ  $i$  ส่งผลโดยตรงต่อคุณลักษณะ  $j$  ในรูปแบบของคุณลักษณะก่อนหน้า (prerequisite) ในทางกลับกันจะให้ค่า 0 ถ้าคุณลักษณะ  $i$  ไม่ส่งผลโดยตรงต่อคุณลักษณะ  $j$  จะเรียกเมทริกซ์นี้ว่า Adjacency matrix (A - matrix) ซึ่งเป็นเมทริกซ์มิติ  $k \times k$  เมื่อ  $k$  คือจำนวนของคุณลักษณะ

ตัวอย่างเช่น โครงสร้างลำดับชั้นจากภาพที่ 2.1 - C สามารถแสดงได้ดังภาพ 2.2 หากพิจารณาแถวที่ 1 (010100) จะเป็นการนำเสนอว่า คุณลักษณะที่ 1 นั้นมีการเชื่อมต่อโดยตรงกับคุณลักษณะที่ 2 และ 4 ในรูปแบบคุณลักษณะก่อนหน้า ในอีกมุมมองหนึ่ง หากมองในคอลัมน์ที่ 2 (100000) จะเป็นการนำเสนอว่า คุณลักษณะที่ 2 นั้นเชื่อมโดยตรงกับคุณลักษณะที่ 1 โดยมีคุณลักษณะที่ 1 เป็นคุณลักษณะก่อนหน้า



ภาพที่ 2.1 - C

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A - matrix

ภาพที่ 2.2 A - matrix

หลังจากที่ได้ A - matrix แล้ว Leighton และคณะได้จัดรูปความสัมพันธ์ของ คุณลักษณะเป็น Reachability Matrix (R - Matrix) ซึ่งสามารถหาได้จากสูตร  $R = (A + I)^n$  เมื่อ A คือ A - matrix I คือเมทริกซ์เอกลักษณ์ และ n เป็นจำนวนเต็มตั้งแต่ 1 ถึง k ที่จะทำให้ R คงที่ โดย R - matrix จะนำเสนอคุณลักษณะในแถวที่ i นั้นส่งผลทั้งทางตรงและทางอ้อมต่อ คุณลักษณะในคอลัมน์ที่ j รวมถึงส่งผลต่อคุณลักษณะของตนเองด้วย

$$\begin{array}{ccc}
 \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \longleftrightarrow & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 \text{A - matrix} & & \text{R - matrix}
 \end{array}$$

ภาพที่ 2.3 R - matrix

ตัวอย่างเช่น จาก A - matrix ในภาพที่ 2.2 สามารถจัดรูปเป็น R - matrix ได้ ดังภาพที่ 2.3 ซึ่งจะสังเกตได้ว่าในแถวที่ 1 (111111) นำเสนอว่าคุณลักษณะที่ 1 นั้นเป็นคุณลักษณะ ก่อนหน้าของทุกคุณลักษณะ

R - matrix เป็นการนำเสนออย่างชัดเจนว่าคุณลักษณะใดครอบคลุมหรืออยู่ ภายใต้คุณลักษณะใดบ้าง เมื่อได้ R - matrix แล้วจะทำให้สามารถสร้าง Reduced incidence matrix ( $Q_r$  - matrix) ได้ โดย  $Q_r$  - matrix เป็นเมทริกซ์ที่แสดงให้เห็นถึงการจัดหมู่ที่เป็นไปได้ ทั้งหมดของคุณลักษณะที่มีลำดับชั้น มีแนวคิดเช่นเดียวกับ Incidence matrix (Q - matrix) ที่จะช่วยให้ทราบถึงขั้นต่ำของจำนวนข้อและรูปแบบข้อคำถามที่จะต้องออกแบบเพื่อนำมาใช้วินิจฉัย คุณลักษณะในแต่ละแบบ ต่างกันเพียง Q - matrix นั้นไม่ได้อยู่บนสมมติฐานที่ว่าคุณลักษณะไม่ได้มี ลำดับชั้นทำให้ความเป็นไปได้ทั้งหมดของการจัดหมู่เท่ากับ  $2^k - 1$  รูปแบบ ซึ่งจะมากกว่าหรือเท่ากับ  $Q_r$  - matrix ที่คำนึงถึงความเป็นลำดับชั้นคุณลักษณะ



$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

ภาพที่ 2.4  $Q_r$  – matrix

ตัวอย่างเช่น จาก R – matrix ในภาพที่ 2.3 สามารถเขียนอยู่ในรูป  $Q_r$  – matrix ได้ดังภาพที่ 2.4 ซึ่งเป็นเมทริกซ์มิติ  $6 \times 15$  เป็นการสื่อความถึง คุณลักษณะที่ต้องการตรวจสอบมีทั้งหมด 6 คุณลักษณะ และมีขั้นต่ำของจำนวนข้อคำถามที่ต้องตรวจสอบอย่างน้อย 15 ข้อ เพื่อวัดความสอดคล้องทั้งหมดของแต่ละคุณลักษณะ

Leighton และคณะได้นำเสนอวิธีการจำแนกรูปแบบคุณลักษณะที่ผู้ทำแบบทดสอบมี โดยการสร้างแบบทดสอบที่ครอบคลุมคุณลักษณะทั้งหมดที่ต้องการวัดตาม  $Q_r$  – matrix ซึ่งต่อมาจะถูกใช้เป็น รูปแบบการตอบสนองที่ถูกต้องคาดหวัง (Expected response pattern) เมื่อผู้ทำแบบทดสอบทำข้อใดถูกต้องจะให้ 1 แต่ถ้าทำไม่ถูกต้องจะให้ 0 ในข้อนั้น ๆ เมื่อทำแบบทดสอบครบทุกข้อแล้วเราจะได้รูปแบบการตอบสนองของผู้เข้าทดสอบที่ถูกสังเกต (Observed examinee response pattern) หากรูปแบบที่ถูกสังเกตสอดคล้องกันอย่างพอดีกับรูปแบบที่คาดหวังเราสามารถสรุปได้โดยง่ายเลยว่าผู้เข้าร่วมทดสอบมีคุณลักษณะเช่นใดโดยอ้างอิงจากรูปแบบการตอบสนองที่คาดหวัง แต่ในความเป็นจริงแล้วอาจเป็นไปได้ที่ผู้เข้าร่วมทดสอบอาจมีการคำนวณที่ผิดพลาดหรือการเดาตัวเลขได้ถูกต้องหรือสามารถคำนวณได้โดยวิธีอื่นที่ไม่ได้อยู่ในรูปแบบลักษณะที่ถูกกำหนดไว้ ทำให้การตรวจสอบอาจคลาดเคลื่อนได้ เราจึงนำรูปแบบการตอบสนองที่คาดหวังมาประมาณค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบ (Item parameters) ตามทฤษฎีการตอบข้อสอบ (Item response theory: IRT)

การประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบ (Estimating probabilities of item responses) เป็นการประมาณค่าความน่าจะเป็นในการตอบข้อสอบในแต่ละข้อ จากแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง (Expected response pattern) โดยใช้ดัชนีความสอดคล้องกับบุคคล (Personal – fit indices) ในการประมาณระดับของแบบแผนการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ (Observed response pattern) จะคงที่ (Consistent) กับความน่าจะเป็นของการตอบข้อสอบที่

ถูกต้องที่ได้จากโมเดลการตอบสนองข้อสอบ (IRT – model) โดยจะใช้โมเดล 2 พารามิเตอร์แบบโลจิสติก (2 PL – logistic IRT model)

$$P(x_{jk} = 1 | \Theta_j, a_k, b_k) = \frac{1}{1 + e^{-1.7a_k(\Theta_j - b_k)}}$$

เมื่อ  $a_k$  เป็น ค่าพารามิเตอร์อำนาจจำแนกของข้อสอบข้อที่ k

$b_k$  เป็น ค่าพารามิเตอร์ความยากของข้อสอบข้อที่ k

$\Theta_j$  เป็น ค่าพารามิเตอร์ความสามารถของผู้สอบ j

ในทางปฏิบัติจะคำนวณค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบโดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป เช่น BILOG 3.11 (Mislevy & Bock, 1990) การจำแนกรูปแบบการตอบสนองที่ได้จากการสังเกต (Classification of observed response pattern) สามารถจำแนกได้จาก 2 วิธี ได้แก่ การจำแนกเบื้องต้น (Preliminary classification) และ การตรวจสอบการจำแนกเบื้องต้น (Verification preliminary classification)

การจำแนกเบื้องต้นจะเป็นการเปรียบเทียบกัน ระหว่างรูปแบบการตอบสนองที่สังเกตได้ กับรูปแบบการตอบที่คาดหวังทั้งหมด โดยอุดมคติแล้วหากรูปแบบการตอบสนองที่สังเกตได้ กับรูปแบบการตอบที่คาดหวังมีลักษณะตรงกันพอดีอาจสรุปผลได้ว่าผู้สอบมีคุณลักษณะที่เป็นจุดแข็ง และจุดอ่อนตามรูปแบบที่ตอบ แต่ในทางปฏิบัติอาจเป็นไปได้ที่จะเกิดความคลาดเคลื่อน (Slip) ของรูปแบบคำตอบที่ผู้สอบตอบได้ เช่น ผู้สอบอาจมีความสามารถที่จะได้คำตอบที่ถูกต้องในการทำข้อที่ k แต่เกิดความผิดพลาดขึ้นจึงทำให้ได้คำตอบผิด ทำให้เสียคะแนนไป ( $1 \rightarrow 0$ ) หรือผู้สอบอาจคาดเดาคำตอบได้ถูกต้องทั้ง ๆ ที่ไม่มีความสามารถในการทำข้อสอบข้อนั้นทำให้ได้คะแนนในข้อนั้น ( $0 \rightarrow 1$ ) ในการจำแนกเบื้องต้นจึงคำนวณความเป็นไปได้สูงสุดที่รูปแบบการตอบข้อสอบที่สังเกตได้ จะสอดคล้องกับแบบแผนการตอบที่คาดหวัง จากผลคูณของความน่าจะเป็นของแต่ละความคลาดเคลื่อน ดังสูตร

$$P_{jExpected}(\Theta) = \prod_{k=1}^K P_{jk}(\Theta) \prod_{m=1}^M [1 - P_{jm}(\Theta)]$$

เมื่อ  $P_{jExpected}(\Theta)$  แทน ความน่าจะเป็นที่ผู้เข้าร่วมทดสอบ j จะมีรูปแบบการตอบสนองต่อแบบทดสอบที่คาดหวังเมื่อมีพารามิเตอร์ความสามารถ  $\Theta$



$P_{jk}(\Theta)$	แทน	ความน่าจะเป็นที่ผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ จะตอบข้อที่ $k$ ถูกเมื่อมีค่าพารามิเตอร์ความสามารถ $\Theta$ ( $0 \rightarrow 1$ )
$P_{jm}(\Theta)$	แทน	ความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ความสามารถ $\Theta$ ของผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ เมื่อผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ ทำแบบทดสอบข้อที่ $m$ ไม่ถูกต้อง โดยคำตอบในข้อที่ $m$ นั้นถูกคาดหวังว่าจะถูกต้องด้วยรูปแบบที่คาดหวัง ( $1 \rightarrow 0$ )

การตรวจสอบการจำแนกเบื้องต้นเป็นการประมาณค่าความน่าจะเป็นของการเกิดรูปแบบที่ผู้เข้าร่วมทดสอบตอบสนองเมื่อเทียบกับรูปแบบที่คาดหวัง โดยจะถือว่าการตอบสนองที่ถูกต้อง ทั้งหมดของผู้เข้าร่วมทดสอบ  $j$  ( $x_{jk} = 1$ ) ไม่เกิดความผิดพลาดขึ้นเลย การคำนวณจึงถูกลดทอนเหลือดังสมการ

$$P_{jExpected}(\Theta) = \prod_{m=1}^M [1 - P_{jm}(\Theta)]$$

Note: AHM เป็น research license ติดต่อได้ที่ [mark.gierl@ualberta.edu](mailto:mark.gierl@ualberta.edu) (Rupp และ Templin, 2008)

### 2.3 กรอบแนวคิดสำหรับการพัฒนาแบบทดสอบทางพุทธิปัญญา

โมเดลทางพุทธิปัญญานั้นต้องการคุณลักษณะที่มีความละเอียดในระดับที่มีความเฉพาะเจาะจงต่อการแก้ปัญหาของนักเรียน เพื่อให้สารสนเทศที่ได้มีความละเอียดต่อการอนุมานทักษะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา (Gierl, Wang, Zhou, 2008) บ่อยครั้งที่โมเดลทางพุทธิปัญญาได้สะท้อนความเป็นลำดับขั้นของคุณลักษณะที่นักเรียนใช้ในการแก้ปัญหา ดังนั้นในการพัฒนาโมเดลคุณลักษณะจึงควรคำนึงถึงโครงสร้างขององค์ความรู้ และจะต้องวัดอย่างเฉพาะเจาะจงกับกระบวนการทางพุทธิปัญญา (Cognitive process) ของแต่ละบุคคล (Gierl, Leighton, Wang, Zhou, Gokiert and Tan, 2009) ในขั้นตอนการพัฒนาโมเดลทางพุทธิปัญญา ข้อคำถามแต่ละข้อจะต้องถูกออกแบบมาจากความเป็นลำดับขั้นของคุณลักษณะ (Gierl, Wang and Zhou, 2008) ความสามารถในการวัดทักษะนั้นจะต้องเชื่อมโยงกันระหว่าง โมเดลทางพุทธิปัญญา การออกแบบแบบทดสอบ และความสามารถของนักเรียน

กรอบแนวคิดที่ใช้ในการพัฒนาโมเดลทางพุทธิปัญญามีด้วยกันหลายรูปแบบ ในที่นี้ขอนำเสนอ 3 รูปแบบได้แก่ กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี (Theoretical framework) กรอบแนวคิดเชิง

เนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ (Content specialist framework) และกรอบแนวคิดแบบผสมผสาน (Combined framework)

### 2.3.1 กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี

กรอบแนวคิดเชิงทฤษฎี (Theoretical framework) หมายถึงแนวคิดและความสัมพันธ์ทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับปรากฏการณ์ที่ต้องการศึกษา ซึ่งจะได้จากการทบทวนเอกสารทฤษฎี และงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง การกำหนดกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีที่ชัดเจนและครอบคลุมจะช่วยให้ผู้วิจัยสามารถวิเคราะห์ความสัมพันธ์ของตัวแปรได้อย่างมีประสิทธิภาพ Gierl และคณะ (2009) ได้กล่าวว่า ในทางอุดมคตินั้นกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีจะนำไปสู่การพัฒนาโมเดลทางพุทธิปัญญาได้เป็นอย่างดี เพราะอยู่บนฐานของความรู้และทักษะที่นักเรียนใช้ในการตอบสนองต่อแบบทดสอบ ทั้งนี้ยังปรากฏทฤษฎีในงานวิจัยทางการศึกษาและทางจิตวิทยาอยู่เพียงเล็กน้อยที่สามารถนำมาประยุกต์ใช้ในกรอบแนวคิดเชิงทฤษฎีสำหรับโมเดลทางพุทธิปัญญา เนื่องจากทฤษฎีทางพุทธิปัญญามีความเฉพาะเจาะจงทั้งในเรื่องของ ขั้นตอน กลยุทธ์ และโครงสร้างของความรู้ในการแก้ปัญหาของแบบทดสอบ (Leighton, 2008)

### 2.3.2 กรอบแนวคิดเชิงเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ

กรอบแนวคิดเชิงเนื้อหาโดยผู้เชี่ยวชาญ (Content specialist framework) หมายถึง ขั้นตอน ความรู้และประสบการณ์จากผู้เชี่ยวชาญได้ให้พื้นฐานสำหรับการพัฒนาโมเดลทางพุทธิปัญญา ในการอ้างอิงถึงโครงสร้างการจัดการกับความรู้เชิงประจักษ์ของผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาวิชาเป็นการสังเคราะห์ความรู้ที่มีอยู่เมื่อยังไม่มีหลักฐานเชิงประจักษ์ ผู้เชี่ยวชาญในแต่ละสาขาทั้งหลายมักอยู่ในสถานะที่ดีในการคาดการณ์ความรู้และทักษะที่นักเรียนใช้ในการตอบสนองอย่างถูกต้องในแบบทดสอบ เนื่องจากหลายคนเคยทำงานมาแล้วในฐานะครู ดังนั้นจึงมีข้อมูลเชิงลึกในวิธีการคิดและศักยภาพของนักเรียน (Leighton, Cui and Cor, 2009) อย่างไรก็ตามการอาศัยเพียงความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญเพียงอย่างเดียวอาจมีข้อเสียบางประการ เพราะความรู้และทักษะไม่ได้สามารถถูกพบได้อย่างตรงไปตรงมา ผู้เชี่ยวชาญกับผู้เริ่มเรียนใช้วิธีการแก้ปัญหาที่ต่างกัน ผู้เชี่ยวชาญไม่ได้ใช้เพียงแค่ความรู้และทักษะที่มากกว่าผู้เริ่มเรียน แต่ยังมีการจัดการกับความรู้ การเชื่อมโยงความรู้ การนำเสนอ ที่แตกต่างจากผู้เริ่มต้น ซึ่งส่วนมากจะมีประสิทธิภาพที่มากกว่า (Leighton, Cui and Cor, 2009) ดังนั้นในการพัฒนาโมเดลทางพุทธิปัญญาของผู้เชี่ยวชาญเป็นไปได้ที่จะไม่ได้ครอบคลุมทุกระดับความสามารถของตัวอย่งนักเรียน

### 2.3.3 กรอบแนวคิดแบบผสมผสาน

กรอบแนวคิดแบบผสมผสาน (Combined framework) หมายถึง การปรับใช้ทั้งวิธีการทางทฤษฎี ความรู้ของผู้เชี่ยวชาญ หรือแหล่งอื่น ๆ ที่เกี่ยวข้องกับปัญหาในงานวิจัย วิธีการแบบผสมผสานได้เคยถูกใช้ในการวิจัยทางการศึกษาในการพัฒนาโมเดลทางพุทธิปัญญามาก่อนแล้ว เช่น งานวิจัยของ Ketterlin-Geller, Jung, Geller และ Yovanoff (2008) ที่ได้ทำเกี่ยวกับการออกแบบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในเรื่องการทารกกันของเศษส่วน โดยคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาถูกระบุจากการวิเคราะห์เนื้อหา การทบทวนหนังสือคณิตศาสตร์ และความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญ

ในงานวิจัยเป็นการใช้กรอบแนวคิดแบบผสมผสานเช่นเดียวกับ Ketterlin – Geller และคณะ (2008) โดยผู้วิจัยได้ออกแบบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยคุณลักษณะทางพุทธิปัญญาถูกระบุจากการวิเคราะห์เนื้อหา การทบทวนหนังสือแบบเรียน และความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญ

## 2.4 การพัฒนาและตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

การพัฒนาและตรวจสอบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาสามารถแบ่งเนื้อหาออกเป็น 2 ส่วนได้แก่ 1) การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา และ 2) การตรวจสอบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

### 2.4.1 การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาสามารถแบ่งออกเป็นขั้นตอนการดำเนินงานออกเป็น 4 ขั้นตอนได้แก่ 1) การกำหนดโมเดลทางพุทธิปัญญา 2) การพัฒนาข้อคำถาม 3) การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางเจตมิตี 4) การนำเสนอคะแนน

#### 2.4.1.1 การกำหนดโมเดลทางพุทธิปัญญา

ขั้นตอนแรกในการออกแบบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยคือการระบุคุณลักษณะที่คาดว่านักเรียนจะใช้ในการแก้ปัญหา เมื่อคุณลักษณะถูกสร้างขึ้นแล้วจะถูกนำมาจัดเรียงลำดับชั้น จากนั้นจะถูกใช้เป็นโครงสร้างในการพัฒนาแบบทดสอบและให้กรอบแนวคิดในการตีความ โดยคุณลักษณะจะถูกระบุได้จากการวิเคราะห์บทเรียน เอกสารงานวิจัย ความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญ และการสอบถามหรือสังเกตกระบวนการคิดของนักเรียน (Ketterlin-Geller, Jung, Geller และ Yovanoff, 2008; Gorin, 2006)

#### 2.4.1.2 การพัฒนาข้อคำถาม

ขั้นตอนที่สองคือการพัฒนาข้อคำถามโดยใช้โมเดลทางพุทธิปัญญาที่ได้กำหนดขึ้นในขั้นตอนที่หนึ่ง ข้อคำถามควรพัฒนาจากโมเดลทางพุทธิปัญญาเพื่อสนับสนุนการอนุมานการวินิจฉัยเกี่ยวกับวิธีการคิดของผู้เข้าทดสอบ (Leighton & Gierl, 2007)

#### 2.4.1.3 การวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางเจตมิต

ขั้นตอนที่สามคือการวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางเจตมิต การวิเคราะห์ข้อมูลจะเป็นการอนุมานวิธีการและทักษะที่ผู้เข้าร่วมทดสอบใช้ในการแก้ปัญหา เช่น วิธีการลำดับชั้นคุณลักษณะ (Attribute hierarchy method) จะคำนวณค่าพารามิเตอร์ของข้อสอบโดยค่าความยากและค่าอำนาจจำแนกเพื่อประมาณค่าความน่าจะเป็นของการตอบสนองของผู้สอบในแต่ละรูปแบบและเปรียบเทียบรูปแบบการตอบสนองของผู้สอบกับรูปแบบการตอบสนองที่คาดหวัง (Leighton & Gierl, 2007) จากนั้นตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิตรวจสอบความสอดคล้องของโมเดลโดยดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น (Hierarchy consistency index: HCI)

#### 2.4.1.4 การนำเสนอคะแนน

ขั้นตอนที่สี่คือการนำเสนอคะแนน การนำเสนอคะแนนจะทำได้จากการสร้างโครงสร้างของคะแนนซึ่งสะท้อนรูปแบบการคิดของนักเรียน โดยใช้โมเดลทางพุทธิปัญญาเป็นฐานในการตีความ เพื่อให้ให้นักเรียน ผู้ปกครอง และผู้สอนสามารถเข้าใจความหมายของคะแนนได้อย่างง่ายดาย (Roberts and Gierl, 2010)

### 2.4.2 การตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา จำเป็นจะต้องได้รับการตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบ อันเนื่องจากคะแนนที่ได้จากแบบทดสอบนี้จะสะท้อนถึงการวินิจฉัยที่ถูกต้องและแม่นยำ โดยมีรายละเอียด ดังนี้

#### 2.4.2.1 ค่าความยาก

การตรวจสอบค่าความยากของข้อคำถาม ในการทดสอบแบบอิงเกณฑ์ พิจารณาจากค่าร้อยละ หรือสัดส่วนของผู้ที่ตอบข้อสอบนั้นถูก โดยค่าความยากจะขึ้นอยู่กับจุดประสงค์เชิงพฤติกรรมที่ตั้งขึ้น สำหรับค่าความยากของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย ซึ่งเน้นการใช้ข้อสอบที่ง่าย ควรมีค่าความยากตั้งแต่ .65 ขึ้นไป (Bloom, 1971; Singha, 1971 อ้างอิงใน สุพักตร์ พิบูลย์, 2553) การคำนวณค่าความยากจะคำนวณจากสูตร ดังนี้

$$P = \frac{R}{N}$$

เมื่อ	P แทน	ค่าความยาก
	R แทน	จำนวนคนที่ตอบถูกในข้อนั้น ๆ
	N แทน	จำนวนผู้เข้าสอบทั้งหมด

#### 2.4.2.2 ค่าอำนาจจำแนก

ค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบอิงเกณฑ์นั้น จะเป็นค่าอำนาจจำแนกระหว่างกลุ่มที่ยังไม่ได้รับการเรียนรู้หรือกลุ่มที่ยังไม่รู้ กับกลุ่มที่ได้รับการเรียนรู้แล้วหรือที่รู้แล้ว ข้อสอบอิงเกณฑ์ไม่เน้นที่ค่าอำนาจจำแนก เนื่องจากแบบทดสอบอิงเกณฑ์จะใช้ในการวัดผลที่ใช้ในการเรียนการสอนแบบมีระบบ เช่น การเรียนแบบรอบรู้ นักเรียนทุกคนจะเรียนรู้หมด นั่นคือมีคะแนนเต็มหรือใกล้เต็มทุกคน เมื่อหาค่าอำนาจจำแนกจะมีค่าเป็น 0 หรือใกล้ 0 ทั้งนี้ ดังนั้นดัชนีค่าอำนาจจำแนกของข้อสอบอิงเกณฑ์ควรมีค่าเท่ากับหรือมากกว่า 0

#### 2.4.2.3 ความตรง

ความตรง (Validity) เป็นคุณภาพหรือความสามารถของแบบทดสอบที่สามารถวัดได้ตรงตามลักษณะหรือจุดประสงค์ที่ต้องการวัด ซึ่งถือเป็นคุณสมบัติสำคัญของเครื่องมือวัดทุกชนิด โดยสามารถแบ่งความตรงออกเป็น 3 ประเภทใหญ่ ๆ คือ ความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) ความตรงตามเกณฑ์ (Criterion related validity) และความตรงตามโครงสร้าง (Construct validity) โดยแต่ละประเภทมีการตรวจสอบ (ศิริชัย กาญจนวสี, 2556; สุพัทธ์ พิบูลย์, 2553) ดังนี้

##### ความตรงเชิงเนื้อหา

ความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) เป็นการตรวจสอบความตรงด้านเนื้อหา ความรู้ และประสบการณ์ที่ต้องการสอบถามในแบบสอบถามหรือแบบวัดที่สร้างขึ้น เพื่อให้ได้ข้อมูลจากการวัดที่ครอบคลุม ถูกต้อง ครบถ้วน โดยมีผู้เชี่ยวชาญในศาสตร์นั้น ๆ เป็นผู้ประเมิน การวัดความตรงเชิงเนื้อหา มี 3 วิธี ดังนี้

1. ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์ (Item of item objective congruence: IOC) โดยทั่วไปไม่มีเกณฑ์ในการกำหนดจำนวนผู้เชี่ยวชาญ แต่มักมีจำนวนตั้งแต่ 3 คนขึ้นไปและเป็นจำนวนคี่ โดยผู้เชี่ยวชาญต้องมีความเชี่ยวชาญครอบคลุมประเด็นการวิจัย รูปแบบในการตรวจสอบความตรงจะมีช่องการให้คะแนนและช่องข้อเสนอแนะ มีผู้เชี่ยวชาญจะให้คะแนน 3 คะแนน ได้แก่ +1 แสดงว่าคำถามมีความสอดคล้องกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด 0 แสดงว่าไม่แน่ใจว่าคำถามมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย และ -1 แสดงว่าคำถามไม่มีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย ดังตารางด้านล่าง

เกณฑ์การให้คะแนน	คะแนน
ข้อคำถามไม่มีความสอดคล้องกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด	- 1
ข้อคำถามมีความไม่ชัดเจนว่าสอดคล้องกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด	0
ข้อคำถามมีความสอดคล้องกับเนื้อหาและวัตถุประสงค์ที่ต้องการวัด	+ 1

การพิจารณาว่าข้อคำถามนั้นมีความตรงหรือไม่ โดยทั่วไปจะพิจารณาจากค่าดัชนี IOC ที่มีค่ามากกว่า 0.50 ขึ้นไป โดยมีการคำนวณดังนี้

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ IOC แทน ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับคุณลักษณะของข้อสอบ  
 $\sum R$  แทน ผลรวมคะแนนความคิดเห็นทั้งหมดของผู้เชี่ยวชาญ  
 N แทน จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

2. ดัชนีความตรงของเนื้อหา (Content validity index: CVI) พบมากในงานวิจัยทางสังคมศาสตร์ที่มีความเกี่ยวข้องทางการแพทย์ ซึ่งมีแนวคิดการคำนวณ 2 ประเภท ประเภทที่ 1 ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อคำถามรายข้อ (item-level CVI: I-CVI) ผู้เชี่ยวชาญพิจารณาประเมินความเกี่ยวข้องของข้อคำถามโดยใช้ตัวเลือก 4 ระดับได้แก่

ไม่สอดคล้อง	1	คะแนน
สอดคล้องน้อย	2	คะแนน
สอดคล้องค่อนข้างมาก	3	คะแนน
สอดคล้องมาก	4	คะแนน

แล้วหาสัดส่วนของผู้เชี่ยวชาญที่มีความเห็นตรงกันของข้อคำถามแต่ละข้อ โดย Polit และ Beck (2006) เห็นด้วยกับ Lynn (1986) ที่กำหนดเกณฑ์การพิจารณาระดับที่ยอมรับได้ของค่า I-CVI ตามจำนวนผู้เชี่ยวชาญ ถ้าผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 – 5 คน ทุกคนต้องมีความเห็นตรงกัน นั่นคือ ค่า I – CVI ต้องมีค่าเท่ากับ 1.00 หากจำนวนผู้เชี่ยวชาญเป็น 6 – 8 คน ยอมรับให้มีความเห็นไม่ตรงกันได้เพียง 1 คน กล่าวคือ ค่า I – CVI ต้องมีค่าตั้งแต่ .83 ถึง 1.00 และหากผู้เชี่ยวชาญเป็น 9 – 10 คน จะยอมรับให้มีความเห็นไม่ตรงกันได้ 2 คน นั่นคือค่า I – CVI ต้องมีค่าตั้งแต่ .78 – 1.00 โดยมีการคำนวณดังนี้

$$I - CVI = \frac{\sum R_{3,4}}{N}$$

เมื่อ	$I - CVI$	แทน	ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของข้อคำถามรายข้อ
	$R_{3,4}$	แทน	จำนวนข้อที่ผู้เชี่ยวชาญให้คะแนน 3 หรือ 4
	$N$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

ประเภทที่ 2 ค่าดัชนีความตรงเชิงเนื้อหาของเครื่องมือทั้งชุด (scale – level CVI: S-CVI) Polit และ Beck (2006) ได้เสนอวิธีการหาค่า S – CVI ไว้ 2 ลักษณะ ได้แก่ S-CVI/UA (universal agreement) โดยคำนวณจากสัดส่วนของข้อคำถามที่ผู้เชี่ยวชาญทุกคนมีความเห็นตรงกันว่าข้อคำถามนั้นมีความเกี่ยวข้องมากหรือมีความเกี่ยวข้องกับสิ่งที่ต้องการวัด และ S-CVI/Ave (average proportion) เป็นการคำนวณโดยใช้ค่าเฉลี่ยสัดส่วน มีด้วยกัน 3 วิธี ได้แก่ 1) หาค่าเฉลี่ย I-CVI โดยรวมค่า I-CVI ทั้งหมดหารด้วยจำนวนข้อ 2) หาค่าเฉลี่ยสัดส่วนของข้อคำถามที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินว่าเกี่ยวข้อง โดยนำสัดส่วนของข้อคำถามที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินว่าเกี่ยวข้องมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนผู้เชี่ยวชาญ 3) หาค่าสัดส่วนของผลรวมจำนวนคำตอบที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินว่ามีเนื้อหาเกี่ยวข้อง โดยใช้จำนวนคำตอบที่ผู้เชี่ยวชาญแต่ละคนประเมินว่ามีเนื้อหาเกี่ยวข้องมารวมกันแล้วหารด้วยจำนวนคำตอบทั้งหมด

3. อัตราส่วนความตรงของเนื้อหา (Content validity ratio: CVR) มีความคล้ายกับ IOC ถ้าผู้เชี่ยวชาญเห็นว่าคำถามมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัยจะให้คะแนน + 1 แต่ถ้าเห็นว่าคำถามไม่มีความสอดคล้องจะให้ - 1 โดยไม่มีช่อง ไม่แน่ใจ โดยมีการคำนวณดังนี้

$$CVR = \frac{n_e - \frac{N}{2}}{\frac{N}{2}}$$

เมื่อ	$CVR$	แทน	อัตราส่วนความตรงของเนื้อหา
	$n_e$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญที่เห็นว่าข้อคำถามมีความสอดคล้องกับวัตถุประสงค์การวิจัย
	$N$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญทั้งหมด



### ความตรงตามเกณฑ์

ความตรงตามเกณฑ์ (Criterion related validity) เป็นความตรงที่มี ความสัมพันธ์กับเกณฑ์การตรวจสอบ สรุปล และอ้างอิงสมรรถนะการดำเนินงานของสิ่งที่มุ่งวัดว่าการ วัดที่ได้นั้นสอดคล้องกับการดำเนินงานนั้นเพียงใด ความตรงตามเกณฑ์จะหาค่าสหสัมพันธ์ระหว่าง คะแนนที่ได้จากเครื่องมือวัดกับคะแนนที่ได้จากเกณฑ์ทั้งในสภาพปัจจุบันและใช้ทำนายผลในอนาคต จะสามารถแบ่งประเภทของความตรงตามเกณฑ์ได้ 2 ประเภท ได้แก่ ความตรงตามสภาพ และความ ตรงตามพยากรณ์

1. ความตรงตามสภาพ (Concurrent validity) เป็นค่าที่ได้จากความ สอดคล้องกันของค่าที่วัดได้จากเครื่องมือกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนในปัจจุบัน โดยใช้สภาพ ของนักเรียนในปัจจุบันเป็นเกณฑ์ในการวัดเนื่องมาจากเราต้องการวัดความตรงของเครื่องมือ ถ้า สภาพของนักเรียนในปัจจุบันตรงหรือใกล้เคียงกับค่าที่วัดได้จากเครื่องมือจะถือว่าเครื่องมือมีความ ตรงตามสภาพสูง ในทางกลับกันถ้าแนวโน้มของค่าที่วัดได้จากเครื่องมือไม่ตรงกับสภาพจริงของ นักเรียนแสดงว่าเครื่องมือมีความตรงตามสภาพต่ำ

2. ความตรงเชิงพยากรณ์ (Predictive validity) เป็นค่าความตรงจาก ความสอดคล้องของค่าที่วัดได้จากเครื่องมือกับสภาพความเป็นจริงของนักเรียนในอนาคต โดยใช้ สภาพของนักเรียนในอนาคตเป็นเกณฑ์ในการวัด ถ้าเครื่องมือสามารถทำนายสภาพของนักเรียนได้ ตรงหรือใกล้เคียงจะถือว่าเครื่องมือมีความตรงเชิงพยากรณ์สูง

### ความตรงเชิงโครงสร้าง

ความตรงเชิงโครงสร้าง (Construct validity) เป็นการสรุปอ้างอิง โครงสร้างของสิ่งที่มุ่งวัดได้ผลตรงตามทฤษฎีของโครงสร้างนั้น ๆ อย่างไร ซึ่งตรวจสอบโดยการวัด ความสัมพันธ์ระหว่างผลที่ได้จากเครื่องมือกับโครงสร้างและความหมายทางทฤษฎีของสิ่งที่มุ่งวัดโดย ให้ผู้เชี่ยวชาญเป็นผู้ตัดสิน ในงานวิจัยฉบับนี้ผู้วิจัยได้ศึกษาดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น

ดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น (Hierarchy consistency index: HCI) เป็นดัชนีชี้วัดความสอดคล้องกันของผู้สอบกับโครงสร้างที่ใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบ ถูก พัฒนาขึ้นโดย Cui Leighton Gierl และ Hunka ในปี 2006 เพื่อตรวจสอบความสอดคล้องกันของ ลำดับชั้นคุณลักษณะกับผู้สอบในการทำแบบทดสอบที่ถูกประเมินด้วยโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ โดยดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้นถูกพัฒนาภายใต้สถิติความสอดคล้องบุคคล (Personal – fit index) โดยมีสูตรการคำนวณเป็น



$$HCI_j = 1 - \frac{2 \sum_{k \in S_{correct_j}} \sum_{g \in S_k} X_{jk} (1 - X_{jg})}{N_{c_j}}$$

เมื่อ	$S_{correct_j}$	แทน	เซตของข้อที่ผู้เข้าทดสอบ $j$ ตอบถูก
	$X_{jk}$	แทน	คะแนนในข้อที่ $k$ ของผู้เข้าทดสอบ $j$ (คะแนน 0 หรือ 1)
	$S_k$	แทน	เซตของข้อที่จะต้องตอบถูกต้องก่อนที่จะสามารถตอบข้อที่ $k$ ถูกได้
	$N_{c_j}$	แทน	จำนวนทั้งหมดที่ถูกนำมาเปรียบเทียบของผู้เข้าทดสอบ $j$

จากสูตรจะเห็นได้ว่าค่า  $HCI_j$  จะอยู่ในช่วง  $-1$  ถึง  $1$  ถ้ารูปแบบการตอบสนองที่คาดหวังพอดี (Fit) กับรูปแบบการตอบสนองที่สังเกตได้ ค่าของ  $HCI_j = 1$  ในทางกลับกันถ้ารูปแบบการตอบสนองที่คาดหวังไม่สอดคล้องกับรูปแบบการตอบสนองที่สังเกตได้เลย (Completely misfit) ค่า  $HCI_j = -1$  ซึ่งแสดงให้เห็นว่ายิ่งค่าของ  $HCI_j$  มีแนวโน้มเข้าใกล้  $1$  เท่าใดยิ่งแสดงถึงว่าผู้เข้าร่วมทดสอบใช้วิธีการคิดในรูปแบบคุณลักษณะที่ถูกออกแบบไว้ในการสร้าง  $Q_r$  - matrix เท่านั้น ในทางตรงกันข้าม หากค่า  $HCI_j$  มีแนวโน้มเข้าใกล้  $-1$  จะชี้ให้เห็นว่ารูปแบบคุณลักษณะที่ได้ออกแบบไว้นั้นไม่สอดคล้องกับแนวคิดของผู้เข้าร่วมทดสอบ (Cui et al, 2006; Cui & Leighton, 2009; Gierl, Wang และ Zhou, 2008) จากการวิจัยของ Cui (2007) แสดงให้เห็นว่าโมเดลมีความสอดคล้องในระดับที่ดีเมื่อ  $HCI_j$  มีค่ามากกว่า  $0.7$  และเนื่องจาก  $HCI_j$  เป็นค่าความสอดคล้องส่วนบุคคล การพิจารณาความสอดคล้องของแบบทดสอบสามารถใช้ค่าเฉลี่ย (Mean) และค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (standard deviation) ของข้อมูลทั้งหมดเป็นตัวบ่งชี้ได้

#### 2.4.2.4 ความเที่ยง

ความเที่ยง (Reliability) เป็นคุณสมบัติสำคัญสำหรับแบบทดสอบโดยตรวจสอบได้จากความคงที่ภายในแบบทดสอบ หรือความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับคะแนนรวมที่ได้จากการทดสอบ หรือความคงที่ของคะแนนในการทดสอบซ้ำ 2 ครั้งหรือหลายครั้ง หรือระหว่างแบบทดสอบคู่ขนานกัน (Parallel - forms method) ในกรณีของการทดสอบแบบอิงเกณฑ์ เป็นคุณภาพของเครื่องมือที่สะท้อนถึงความคงที่ในการจำแนกเป็นผู้รู้หรือไม่รู้ในเรื่องการสอบ สำหรับวิธีการหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบอิงเกณฑ์สามารถทำได้หลายวิธี (สุพักตร์ พิบูลย์, 2553) ดังนี้

##### ความคงที่ของความรอบรู้

ความคงที่ของความรอบรู้ (Stability reliability) เป็นการหาค่าความเที่ยงโดยนำแบบทดสอบอิงเกณฑ์มาสอบซ้ำ 2 ครั้ง โดยใช้สูตรของ ชรอก และคอนสแคร์ลี อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ (2543) ดังนี้

$$\Phi = \frac{AD - BC}{\sqrt{(A+B)(C+D)(A+C)(B+D)}}$$

เมื่อ	$\Phi$	แทน	ความคงที่ของความรอบรู้
	A	แทน	จำนวนผู้สอบผ่านก่อนเรียนและหลังเรียน
	B	แทน	จำนวนผู้สอบผ่านหลังเรียนและสอบไม่ผ่านก่อนเรียน
	C	แทน	จำนวนผู้สอบผ่านก่อนเรียนและสอบไม่ผ่านหลังเรียน
	D	แทน	จำนวนผู้สอบไม่ผ่านก่อนเรียนและหลังเรียน

### ความเที่ยงแบบสอดคล้องในการตัดสินใจ

ความเที่ยงแบบสอดคล้องในการตัดสินใจ (Decision consistency reliability) เป็นการหาความสอดคล้องระหว่างการสอบ 2 ครั้ง จากแบบทดสอบฉบับเดียว หรือแบบทดสอบคู่ขนานกัน 2 ฉบับ โดยคำนวณหาสัมประสิทธิ์ความสอดคล้องกัน (Agreement coefficient) ดังนี้ (สุพัทธ์ พิบูลย์, 2553)

สูตรของ คาร์เวอร์ (Carver, 1970 อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2543)

$$P = \frac{A + D}{N}$$

เมื่อ	P	แทน	ค่าสัมประสิทธิ์ความสอดคล้อง
	A	แทน	จำนวนผู้ที่ผ่านเกณฑ์จากการทดสอบทั้ง 2 ครั้ง
	B	แทน	จำนวนผู้ที่ไม่ผ่านเกณฑ์จากการทดสอบทั้ง 2 ครั้ง
	N	แทน	จำนวนผู้เข้าทดสอบทั้งหมด

สูตรของ แฮมเบิลตันและโนวิก อ้างถึงใน ล้วน สายยศ และอังคณา สายยศ 2543

$$\hat{P} = \hat{P}_{11} + \hat{P}_{00}$$

เมื่อ	$\hat{P}$	แทน	สัดส่วนของความสอดคล้องในการตัดสินใจเพื่อจำแนกผู้รอบรู้
	$\hat{P}_{11}$	แทน	สัดส่วนของผู้ถูกตัดสินว่ารอบรู้ตรงกันทั้งสองฉบับหรือสองครั้ง
	$\hat{P}_{00}$	แทน	สัดส่วนของผู้ถูกตัดสินว่าไม่รอบรู้ตรงกันทั้งสองฉบับหรือสองครั้ง

สูตร แคลปป์ ของโคเฮน (Kappa's Cohen, 1960) โดยสวามินาธาน แฮมเบิลตัน และอัลจิना (Swaminatian, Hambleton and Algina, 1974) ได้เสนอให้ใช้สูตรแคลปป์ของโคเฮน ในการหาค่าความเที่ยงของแบบทดสอบอิงเกณฑ์ โดยมีสูตรดังนี้

$$K = \frac{P - P_c}{1 - P_c}$$

เมื่อ K แทน ค่าเที่ยงของแบบทดสอบอิงเกณฑ์  
 P แทน สัดส่วนของความสอดคล้องในการตัดสินใจความรอบรู้ที่ได้จากการสอบซ้ำหรือการทดสอบ 2 ครั้ง  
 P<sub>c</sub> แทน สัดส่วนของความสอดคล้องที่คาดหวังโดยบังเอิญ

ในงานวิจัยฉบับนี้ การตรวจสอบคุณภาพเครื่องมือจะดำเนินการตรวจสอบค่าความยาก ดัชนีความตรงของเนื้อหา ความตรงเชิงโครงสร้างโดยใช้ดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น

## 2.5 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

Cortes and Pfaff (2000) ให้ความสนใจกับเหตุผลทางคณิตศาสตร์ของวิธีการย้ายข้างทางพีชคณิตเบื้องต้นที่ถูกสอนเป็นเทคนิคในระดับชั้นมัธยมศึกษา (ค่าเฉลี่ยอายุนักเรียน 17 ปี) โดย Cortes และคณะได้จัดแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่มตามพื้นฐานทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อระบุสมบัติทางคณิตที่เกี่ยวข้องในการคำนวณ และระบุคุณสมบัติที่นักเรียนใช้เมื่อใช้วิธีการย้ายข้าง ผลการศึกษาพบว่านักเรียนส่วนน้อยที่ใช้วิธีการย้ายข้างโดยเข้าใจถึงหลักการทางพีชคณิต ประมาณครึ่งหนึ่งของนักเรียนใช้วิธีการย้ายข้างด้วยความเข้าใจทางเลขคณิตซึ่งจะไม่สามารถประยุกต์ใช้ได้เมื่อต้องแก้สมการ ระบบสมการ เป็นต้น และประมาณครึ่งหนึ่งที่เหลือใช้สมบัติการย้ายข้างเป็นดังกฎการย้ายข้างโดยไม่มีเหตุผลใด ๆ รองรับ

Khalid and Embong (2020) ตรวจสอบถึงที่มาและสาเหตุของความผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนในการบวก การลบ การคูณ และการหารของจำนวนเต็ม โดยการสังเกตุนักเรียนอายุ 8 ปี จำนวน 7 ห้องเรียน สัมภาษณ์มุมมองของครูในชั้นเรียน และสัมภาษณ์วิธีการคิดของนักเรียนอายุ 16 ปี จำนวน 7 คนที่แสดงข้อผิดพลาดที่ชัดเจนเมื่อแก้ปัญหาใน Error Identification Integer Test (EIIT) รูปแบบของข้อผิดพลาดที่แตกต่างกันถูกจำแนกผ่านวิธีการที่

นักเรียนสร้างขึ้น ที่มาของข้อผิดพลาดถูกพบว่ามาจากความไม่รอบครอบ มีความรู้พื้นฐานที่แย่มาก เช่น ไม่มีความสามารถในการคูณหรือการหารจำนวนเต็ม ขาดความสามารถในเรื่องจำนวนเต็ม เช่น ผสมผสานกฎต่าง ๆ อย่างไม่ถูกต้องในการแก้ปัญหา ผู้สอนตอบคำถามเกี่ยวกับข้อผิดพลาดที่เกิดขึ้นบ่อยครั้งและเหตุผลที่เป็นไปได้ของข้อผิดพลาดเหล่านั้นที่นักเรียนสร้างขึ้น สาเหตุหลักของข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนคือความเข้าใจเพียงผิวเผินของนักเรียน ซึ่งเป็นผลพวงมาจากความเร่งรีบในการสอนของผู้สอนเพื่อให้ตรงตามหลักสูตร

Kuchemann (1978) ได้ระบุถึงการตีความตัวอักษรในการเรียนเลขคณิตของนักเรียน โดยปรับปรุงจาก Collis (1975) แนวคิดของ Kuchemann คือการจัดพื้นฐานที่สำคัญสำหรับการทำแบบทดสอบทางพีชคณิต และพัฒนาต่อมาจนได้ 6 ระดับสำหรับอธิบายวิธีที่แตกต่างกันที่ตัวอักษรถูกใช้ในทางคณิตศาสตร์ ข้อมูลที่ใช้มาจากนักเรียนในช่วงอายุ 13 – 15 ปี จำนวน 3,000 คนที่เรียนอยู่ในโรงเรียนมัธยมศึกษาจากข้อสอบของ CSMS การวิเคราะห์ข้อมูลพิจารณาจากเปอร์เซ็นต์ในความผิดพลาดของแต่ละรูปแบบของแบบทดสอบ เช่น ถ้า  $e + f = 8$  แล้ว  $e + f + g = \dots$  คำตอบคือ  $8 + g$  แต่นักเรียนส่วนมากจะรับรู้ “ยังทำไม่เสร็จ” ซึ่ง Collis เรียกการแสดงออกนี้ว่า Acceptance of Lack of Closure

Makonye and Fakude (2016) ได้ศึกษาหมวดหมู่ของข้อผิดพลาด (errors) และมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการบวกและการลบของนักเรียนในระดับชั้น Grade 8 และอธิบายถึงจำนวนข้อผิดพลาดและมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนเหล่านั้น ข้อมูลถูกรวบรวมจากนักเรียน Grade 8 จำนวน 35 คน จากการทำแบบฝึกหัดในหนังสือแบบเรียนและการสัมภาษณ์ การวิเคราะห์ผลอยู่บนฐานของ Schoenfeld and Kilpatrick (2008) ผลการศึกษาพบว่า 83.3% ของนักเรียนมีมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน 16.7% มีความผิดพลาดในการดำเนินการ 67% มียุทธวิธีที่ผิดพลาด และ 28.6% มีตรรกะในการบวกและการลบที่ผิดพลาดโดยสาเหตุของความผิดพลาดมาจากการขาดการอ้างอิงถึงหลักการและความเป็นจริง เช่น เส้นจำนวน หรือสถานการณ์จริง ผู้เรียนแสดงความผิดพลาดในการลบหรือการดำเนินการที่เกี่ยวข้องกับจำนวนเต็มลบเพราะพวกเขายึดติดกับวิธีการบวกด้วยจำนวนบวกเพียงอย่างเดียว

Vinner, Hershkowitz and Bruckheimer (1981) มีเป้าหมายในการวิเคราะห์คำตอบที่ผิดพลาดและคาดเดาถึงกลยุทธ์ที่เป็นไปได้ที่นักเรียนใช้ ข้อมูลมาจากนักเรียนชาวอิสราเอลจำนวน 494 คน ในช่วงอายุ 13 - 15 ปี ข้อคำถามที่ใช้ในการพิจารณามีเพียง 2 ข้อได้แก่  $1/2 + 2/3$  และ  $1/2 + 1/4$  โดยข้อคำถามทั้ง 2 เป็นแบบเขียนตอบ Vinner และคณะได้แบ่งกลุ่มการจำแนกข้อผิดพลาดออกเป็น 3 กลุ่มได้แก่ 1. ไม่มีการทำให้เกิดตัวส่วนร่วมกัน 2. มีการทำให้เกิดตัวส่วนร่วมกันแต่มีความผิดพลาดในความสมมูลของเศษส่วน 3. มีทั้งการทำให้เกิดตัวส่วนร่วมกันและมีความ

สมมูลของเศษส่วน โดยสาเหตุมาจากการหลงลืมหลักการทั้งหมด การหลงลืมบางส่วน จำแนกหรือ  
เข้าใจวิธีการที่ผิดพลาด มีการเปรียบเทียบรูปแบบที่ไม่ถูกต้อง และการตีความหมายของสัญลักษณ์ผิด



### บทที่ 3 วิธีการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์เพื่อพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบเชิงวินิจัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยใช้โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ มีการวางแผนการดำเนินการวิจัยดังต่อไปนี้

1. การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง
2. การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย
3. การเก็บรวบรวมข้อมูล
4. การวิเคราะห์ข้อมูล

#### 3.1 การกำหนดประชากรและกลุ่มตัวอย่าง

##### 3.1.1 ประชากรที่ใช้ในการวิจัย

ประชากรที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้ คือ นักเรียนมัธยมศึกษาชั้นปีที่ 1 ปีการศึกษา 2562 โรงเรียนในสังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษา เขต 1 สังกัด สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาขั้นพื้นฐาน กระทรวงศึกษาธิการ จำนวน 66 โรงเรียน แบ่งเป็นโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ 17 โรงเรียน โรงเรียนขนาดใหญ่ 18 โรงเรียน โรงเรียนขนาดกลาง 14 โรงเรียน โรงเรียนขนาดเล็ก 17 โรงเรียน มีนักเรียนรวม 18,430 คน จำนวนห้องเรียน 522 ห้อง โดยโรงเรียนที่สุ่มได้จะแสดงด้วยเครื่องหมาย ✓ ดังแสดงรายละเอียดในตารางที่ 3.1

ตารางที่ 3.1

จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร

ขนาด โรงเรียน	โรงเรียน	จำนวน นักเรียน	จำนวน ห้องเรียน
ขนาดใหญ่	สวนกุหลาบวิทยาลัย ✓	472	12
พิเศษ	ศึกษานารี	553	13
	ศึกษานารีวิทยา	544	13
	สตรีวิทยา	576	14

## ตารางที่ 3.1

จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร (ต่อ)

ขนาด โรงเรียน	โรงเรียน	จำนวน นักเรียน	จำนวน ห้องเรียน
ขนาดใหญ่ พิเศษ	รัตนโกสินทร์สมโภช บางขุนเทียน	587	14
	มัธยมวัดสิงห์	645	16
	ศรีอยุธยา ในพระอุปถัมภ์ฯ	524	12
	นวมินทราชินูทิศ สตรีวิทยา พุทธมณฑล	556	14
	สามเสนวิทยาลัย	461	12
	เทพศิรินทร์	478	12
	มัธยมวัดหนองแขม	550	14
	บางปะกอกวิทยาคม	456	12
	วัดราชโอรส	549	14
	ทวีธาภิเศก	490	12
	โยธินบูรณะ	523	15
	สวนกุหลาบวิทยาลัยธนบุรี	567	15
	โพธิสารพิทยากร	495	12
	วัดราชบพิธ	395	12
	สันติราษฎร์วิทยาลัย	376	10
ขนาดใหญ่	วัดนวลนรดิศ	473	12
	บางมดวิทยา	429	10
	จันทร์ประดิษฐารามวิทยาคม	320	8
	ราชวินิต มัธยม	420	10
	วัดพุทธบูชา	338	9
	ทีปังกรวิทยาพัฒน์ (ทวีวัฒนา) ในพระ- ราชูปถัมภ์ฯ	406	10
	เบญจมราชาลัยในพระบรมราชูปถัมภ์	337	8
	ปัญญาวรคุณ	364	9
	สตรีวัดระฆัง	326	8

## ตารางที่ 3.1

จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร  
(ต่อ)

ขนาด โรงเรียน	โรงเรียน	จำนวน นักเรียน	จำนวน ห้องเรียน
ขนาดใหญ่	ราชันนาทจารย์สามเสนวิทยาลัย ๒	314	9
	สตรีวัดอัปสรสวรรค์ ✓	388	10
	ราชวินิตบางแคปานขำ	314	9
	อิสลามวิทยาลัยแห่งประเทศไทย	295	8
	สุวรรณารามวิทยาคม	371	10
	วัดอินทาราม	271	9
	ชิโนรสวิทยา	438	12
	สายปัญญา ในพระบรมราชินูปถัมภ์ฯ	152	6
	มหารณพาราม	258	7
	ทวีธาภิเศก บางขุนเทียน	230	6
	มัธยมวัดนายโรง	186	6
	มัธยมวัดดุสิตาราม	177	5
	ไตรมิตรวิทยาลัย	186	7
	วัดราชาธิวาส	120	7
ขนาดกลาง	มัธยมวัดมงกุฎกษัตริย์	115	4
	ที่ปิงกรวิทยาพัฒนา (วัดน้อยใน) ในพระ- ราชูปถัมภ์	133	5
	สุวรรณพลับพลาพิทยาคม ✓	128	4
	ธนบุรีวรเทพีพลารักษ์	123	4
	อุบลรัตน์ราชกัญญาราชวิทยาลัย - กรุงเทพมหานคร	114	3
	นवलนครดิศวิทยาคม รัชมิ่งคลาภิเศก	174	5
	ฤทธิณรงค์รอน	140	5
	ขนาดเล็ก	วัดน้อยนพคุณ	88
มัธยมวัดเบญจมบพิตร		92	4



## ตารางที่ 3.1

จำนวนนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 สังกัดเขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 กรุงเทพมหานคร  
(ต่อ)

ขนาด โรงเรียน	โรงเรียน	จำนวน นักเรียน	จำนวน ห้องเรียน
ขนาดเล็ก	ศิลาจารพิพัฒน์	89	5
	วัดประดู่ในทรงธรรม	61	3
	โยธินบูรณะ ๒ (สุวรรณสุทธาราม)	80	3
	วัดสังเวช	31	1
	แจรงร้อนวิทยา	67	3
	วัดรางบัว ✓	72	5
	ไชยฉิมพลีวิทยาคม	96	4
	วิมุตยารามพิทยากร	69	3
	วัดบวรมงคล	64	4
	มัธยมวัดดาวคนอง	67	3
	พิทยาลงกรณ์พิทยาคม	53	3
	มักกะสันพิทยา	57	3
	วัดสระเกศ	57	2
	สวนอนันต์	48	2
	วัดบวรนิเวศ	47	2

## 3.1.2 กลุ่มตัวอย่าง

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยนี้ คือ นักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่กำลังศึกษาอยู่ภาคเรียนที่ 1 ปีการศึกษา 2562 ของโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร เขตพื้นที่การศึกษามัธยมศึกษาเขต 1 จำนวน 4 โรงเรียน

ผู้วิจัยใช้กลุ่มตัวอย่าง จำนวนนักเรียน 205 คน โดยประมาณขนาดกลุ่มตัวอย่างจากสูตรของยามาเน่ (Yamane, 1973)

$$n = \frac{N}{1 + Ne^2}$$

เมื่อ	n	แทน	ขนาดของกลุ่มตัวอย่าง
	N	แทน	ขนาดของประชากร
	e	แทน	ความคลาดเคลื่อนของการสุ่มที่ยอมรับได้ (Sampling Error) ในที่นี้กำหนดเท่ากับ .05

ได้ขนาดกลุ่มตัวอย่าง 391.5029 หรือประมาณ 392 คน ซึ่งนับเป็นกลุ่มตัวอย่างขั้นต่ำ

ในการวิจัยครั้งนี้ผู้วิจัยใช้วิธีการสุ่มแบบสองขั้นตอน (Two – stage random sampling) มีลำดับขั้นตอนในการสุ่ม ดังนี้

1. สุ่มแบบแบ่งชั้น (Stratified random sampling) โดยใช้ขนาดของโรงเรียนเป็นชั้น (Strata) มีโรงเรียนเป็นหน่วยการสุ่ม (Sampling unit) สุ่มโดยใช้สัดส่วน 1:14 ได้โรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดใหญ่ 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดกลาง 1 โรงเรียน และโรงเรียนขนาดเล็ก 1 โรงเรียน

2. สุ่มนักเรียนจากโรงเรียนที่สุ่มได้ โดยวิธีการสุ่มอย่างง่ายเพื่อใช้ในการสร้างแบบทดสอบแต่ละขั้นตอน ดังนี้

ขั้นที่ 1 เพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด สุ่มจากโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดใหญ่ 1 โรงเรียน โรงเรียนขนาดกลาง 1 โรงเรียน และโรงเรียนขนาดเล็ก 1 โรงเรียน ได้นักเรียนจำนวน 144 คน

ขั้นที่ 2 เพื่อตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย สุ่มจากโรงเรียนขนาดใหญ่พิเศษ 2 โรงเรียน โรงเรียนขนาดใหญ่ 2 โรงเรียน โรงเรียนขนาดกลาง 1 โรงเรียน และโรงเรียนขนาดเล็ก 1 โรงเรียน ได้นักเรียนจำนวน 205 คน

จำนวนกลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด และในการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย จะไม่ซ้ำห้องเรียนกัน ดังรายละเอียดตารางที่ 3.2

## ตารางที่ 3.2

จำนวนกลุ่มตัวอย่างในการสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด และในการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเชิงวินิจัย

ขนาด โรงเรียน	โรงเรียน	กลุ่มตัวอย่าง			
		สำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นที่ นักเรียนทำผิดมากที่สุด		ในการตรวจสอบคุณภาพ แบบทดสอบเชิงวินิจัย	
		จำนวนห้อง	จำนวน นักเรียน	จำนวนห้อง	จำนวน นักเรียน
ใหญ่พิเศษ	1	1	45	2	89
ใหญ่	1	1	40	2	69
กลาง	1	1	25	1	28
เล็ก	1	1	34	1	19
	รวม	4	144	6	205

### 3.2 การพัฒนาเครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย จำแนกเป็น 2 ส่วน ดังนี้

1. แบบทดสอบเพื่อศึกษารูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด
2. แบบทดสอบเชิงวินิจัยทางพุทธิปัญญา

#### 3.2.1 แบบทดสอบเพื่อศึกษารูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด

การสร้างแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด มีขั้นตอนการดำเนินการดังนี้

##### 3.2.1.1 วิเคราะห์รูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้ในการออกแบบแบบทดสอบ

วิเคราะห์รูปแบบทั้งหมดของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากตัวอย่างที่มีในหนังสือแบบเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551 ซึ่งมีตัวอย่างด้วยกัน 10 ตัวอย่าง โดยผู้วิจัยกำหนดรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้ในงานวิจัยในรูป  $ax + b = c$

เมื่อ  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มหรือเขียนอยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็ม ที่  $a \neq 0$  และไม่มีการจัดกลุ่มของนิพจน์ เมื่อพิจารณาตัวอย่างทั้ง 10 พบรายละเอียดตารางที่ 3.3

ตารางที่ 3.3

ตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวจากหนังสือแบบเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์

ตัวอย่างจากหนังสือ	a	b	c	การจัดกลุ่มของนิพจน์	รูปแบบอยู่ในงานวิจัยหรือไม่
1) $x - 12 = 35$	$a = 1$	$b = -12$	$c = 35$	ไม่มี	อยู่
2) $x + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$	$a = 1$	$b = \frac{1}{2}$	$c = \frac{7}{2}$	ไม่มี	อยู่
3) $\frac{x}{5} = -15$	$a = \frac{1}{5}$	$b = 0$	$c = -15$	ไม่มี	อยู่
4) $-3x = 20$	$a = -3$	$b = 0$	$c = 20$	ไม่มี	อยู่
5) $1.5x = -7.5$	$a = 1.5$	$b = 0$	$c = -7.5$	ไม่มี	ไม่อยู่
6) $\frac{x}{3} + 2 = 7$	$a = \frac{1}{3}$	$b = 2$	$c = 7$	ไม่มี	อยู่
7) $5x + \frac{3}{2} = -1$	$a = 5$	$b = \frac{3}{2}$	$c = -1$	ไม่มี	อยู่
8) $\frac{1}{2}(x+3) = 1$	$a = \frac{1}{2}$	$b = \frac{3}{2}$	$c = 1$	มี	ไม่อยู่
9) $5x + 3 = 3x - 5$	มีจำนวนพจน์เกินข้อกำหนดงานวิจัย				ไม่อยู่
10) $\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{5}{6}$	มีจำนวนพจน์เกินข้อกำหนดงานวิจัย				ไม่อยู่

จากหนังสือแบบเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 2 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ พบว่าตัวอย่างที่ 5 ตัวอย่างที่ 8 ตัวอย่างที่ 9 และตัวอย่างที่ 10 ไม่อยู่ในรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้ในงานวิจัย จึงนำตัวอย่างสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่เหลือมาวิเคราะห์รูปแบบของสมการ โดยพิจารณาลักษณะของค่าคงที่  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แสดงดังตารางที่ 3.4

ตารางที่ 3.4

ลักษณะของค่าคงที่  $a$ ,  $b$  และ  $c$  เมื่อ  $I$  แทนเซตของจำนวนเต็ม และ  $Q$  แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

รูปแบบที่	ตัวอย่างจากหนังสือ	a	b	c
1)	$x - 12 = 35$	$a \in \{1\}$	$b \in I$	$c \in I^+$
2)	$x + \frac{1}{2} = \frac{7}{2}$	$a \in \{1\}$	$b \in Q^+ - I$	$c \in Q^+ - I$
3)	$\frac{x}{5} = -15$	$a = \frac{1}{n}, n \in I^+ - \{-1, 0, 1\}$	$b \in I^0$	$c \in I$
4)	$-3x = 20$	$a \in I$	$b \in I^0$	$c \in I^+$
5)	$\frac{x}{3} + 2 = 7$	$a = \frac{1}{n}, n \in I^+ - \{-1, 0, 1\}$	$b \in I^+$	$c \in I^+$
6)	$5x + \frac{3}{2} = -1$	$a \in I^+$	$b \in Q^+ - I$	$c \in I^+$

จากตารางที่ 3.4 สามารถสรุปรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในงานวิจัยได้ 6 รูปแบบ ซึ่งแสดงได้ดังตารางที่ 3.5

ตารางที่ 3.5

รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ใช้ในงานวิจัย เมื่อ  $I$  แทนเซตของจำนวนเต็ม และ  $Q$  แทนเซตของจำนวนตรรกยะ

รูปแบบที่	ตัวอย่างจากหนังสือ	a	b	c
1)		$a \in \{1\}$	$b \in I$	$c \in I^+$
2)		$a \in \{1\}$	$b \in Q^+ - I$	$c \in Q^+ - I$
3)	$ax + b = c$	$a = \frac{1}{n}, n \in I^+ - \{-1, 0, 1\}$	$b \in I^0$	$c \in I$
4)		$a \in I$	$b \in I^0$	$c \in I^+$
5)		$a = \frac{1}{n}, n \in I^+ - \{-1, 0, 1\}$	$b \in I^+$	$c \in I^+$
6)		$a \in I^+$	$b \in Q^+ - I$	$c \in I^+$

### 3.2.1.2 พัฒนาแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด

พัฒนาแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด โดยทำเป็นแบบทดสอบขนานกับรูปแบบสมการทั้ง 6 รูปแบบตามตารางที่ 3.5 รูปแบบละ 2 ข้อ (ข้อคี่และข้อคู่) รวมเป็น 12 ข้อคำถาม โดยแบบทดสอบเป็นแบบเขียนตอบ

### 3.2.1.3 ตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด

นำแบบทดสอบสำรวจที่สร้างขึ้นมาตรวจสอบคุณภาพของแบบทดสอบสำรวจด้านความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) โดยใช้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบไปด้วย ผู้เชี่ยวชาญด้านเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล โดยค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์ (Item of item objective congruence: IOC)

### 3.2.1.4 วิเคราะห์รูปแบบสมการที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด

รูปแบบสมการเชิงเส้นที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุดพิจารณาจากร้อยละของความถูกต้องของนักเรียนที่ทำแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดมากที่สุด หากรูปแบบใดมีร้อยละของความถูกต้องต่ำที่สุดจะแสดงให้เห็นถึงรูปแบบของสมการที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด

## 3.2.2 แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา

การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา มีขั้นตอนการดำเนินการ 2 ขั้นตอน ดังนี้

### 3.2.2.1 กำหนดลำดับขั้นคุณลักษณะ

การกำหนดลำดับขั้นคุณลักษณะเป็นการจำแนกและระบุคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวและนำมาจัดเรียงลำดับก่อนหลัง โดยแสดงเป็นแผนภาพเพื่อใช้ในการกำหนดลักษณะของข้อสอบและแบบแผนการตอบข้อสอบที่คาดหวัง โดยมีวิธีดำเนินการดังนี้

1. วิเคราะห์คุณลักษณะหลักและย่อยที่ต้องใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ได้มาจากการวิเคราะห์เนื้อหา การทบทวนแบบเรียน และความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญ สรุปรุได้ดังตารางที่ 3.6

2. จัดเรียงลำดับขั้นคุณลักษณะย่อยเพื่อกำหนดลำดับขั้นก่อนและหลังของคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยพิจารณาจากคุณลักษณะที่ต้องมีก่อน (prerequisite) รายละเอียดดังตารางที่ 3.7

3. ตรวจสอบคุณภาพของคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในแต่ละรูปแบบ โดยผู้เชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและการประเมินผล โดยค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์

ตารางที่ 3.6

คุณลักษณะหลักและคุณลักษณะย่อยที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

คุณลักษณะหลัก	คุณลักษณะย่อย
A1 การบวกและการลบจำนวนเต็ม	A1.1 การบวกจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก A1.2 การลบจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก A1.3 การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก
A2 การคูณและการหารจำนวนเต็ม	A2.1 การคูณจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มบวก A2.2 การคูณจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก A2.3 การหารจำนวนเต็มบวกด้วยจำนวนเต็มลบ โดยตัวหารไม่เป็นตัวประกอบของตัวตั้ง A2.4 การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่า ศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก
A3 การบวกและการลบเศษส่วน	A3.1 การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน A3.2 การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน
A4 การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย	A4.1 การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย
A5 สมบัติการเท่ากัน	A5.1 การบวกค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ A5.2 การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ A5.3 การคูณสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ A5.4 การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

## ตารางที่ 3.7

แสดงการจัดเรียงลำดับชั้นคุณลักษณะในการหาคำตอบของสมการ  $ax + b = c$  ในแต่ละรูปแบบ โดยมีรายละเอียดดังนี้

## ตารางที่ 3.7.1

แสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อ  $a = 1$   $b$  เป็นจำนวนเต็มลบ และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มบวก

รูปแบบที่ 1	A1.1	A4.2	A5.1
A1.1	0	0	1
A4.1	0	0	1
A5.1	0	0	0

## ตารางที่ 3.7.2

แสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อ  $a = 1$   $b$  อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่มีมากกว่าศูนย์ และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มบวก

รูปแบบที่ 2	A1.2	A3.2	A4.1	A5.2
A1.2	0	1	0	0
A3.1	0	0	1	0
A4.1	0	0	0	1
A5.2	0	0	0	0

## ตารางที่ 3.7.3

แสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อ  $a$  อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่มีตัวเศษเป็นหนึ่งและมีตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มบวกที่ไม่เท่ากับหนึ่ง  $b = 0$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มลบ

รูปแบบที่ 3	A2.2	A5.3
A2.2	0	1
A5.3	0	0



## ตารางที่ 3.7.4

แสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็มลบ  $b = 0$  และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มบวก

รูปแบบที่ 4	A2.3	A5.4
A2.3	0	1
A5.4	0	0

## ตารางที่ 3.7.5

แสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อ  $a$  อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มที่มีตัวเศษเป็นหนึ่งและมีตัวส่วนเป็นจำนวนเต็มบวก  $b$  เป็นจำนวนเต็มบวก และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มบวก

รูปแบบที่ 5	A1.2	A2.1	A4.1	A5.2	A5.3
A1.2	0	0	1	0	0
A2.1	0	0	0	0	1
A4.1	0	0	0	1	0
A5.2	0	0	0	0	0
A5.3	0	0	0	0	0

## ตารางที่ 3.7.6

แสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $b$  อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มบวก และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มลบ

รูปแบบที่ 6	A1.3	A2.4	A3.2	A4.1	A5.2	A5.4
A1.3	0	0	1	0	0	0
A2.4	0	0	0	0	0	1
A3.2	0	0	0	0	1	0
A4.1	0	0	0	0	1	0
A5.2	0	0	0	0	0	0
A5.4	0	0	0	0	0	0

### 3.2.2.2 พัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับชั้นคุณลักษณะ

การพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยด้วยวิธีลำดับชั้นคุณลักษณะ เป็นการดำเนินการเพื่อให้ได้แบบทดสอบและแนวทางการวินิจฉัยคำตอบ ซึ่งประกอบด้วยสถานะความรู้และ

ไม่รู้ในแต่ละคุณลักษณะสำหรับแบบแผนการตอบที่คาดหวัง ซึ่งจะใช้ในการจัดทำแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย โดยมีวิธีดำเนินการ ดังนี้

1. พัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยตามโครงสร้างลำดับชั้นคุณลักษณะที่ได้จากขั้นตอนที่ 1 โดยมีจำนวนข้อคำถามเท่ากับ  $2k$  ข้อ เมื่อ  $k$  คือจำนวนข้อคำถามทั้งหมดที่ต้องสร้างจาก  $Q_r$  - matrix

2. วิเคราะห์คุณภาพของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยด้านความตรงเชิงเนื้อหา (content validity) โดยใช้ผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบไปด้วย ผู้เชี่ยวชาญในเนื้อหา คณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล โดยค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์ (Item of item objective congruence: IOC)

ตารางที่ 3.8

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและคุณลักษณะของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยรูปแบบที่ 6

ข้อ	A1.3	A2.4	A3.2	A4.1	A5.2	A5.4	แผนภาพแสดงโครงสร้างของคุณลักษณะ
1	1	0	0	0	0	0	(A1.3)
2	0	1	0	0	0	0	(A2.4)
3	1	1	0	0	0	0	(A1.3) (A2.4)
4	1	0	1	0	0	0	(A1.3) ↓ (A3.2)
5	1	1	1	0	0	0	(A1.3) (A2.4) ↓ (A3.2)

ตารางที่ 3.8

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและคุณลักษณะของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยรูปแบบที่ 6 (ต่อ)

ข้อ	A1.3	A2.4	A3.2	A4.1	A5.2	A5.4	แผนภาพแสดงโครงสร้างของคุณลักษณะ
6	0	0	0	1	0	0	
7	1	0	0	1	0	0	
8	0	1	0	1	0	0	
9	1	0	1	1	0	0	
10	1	1	1	1	0	0	
11	1	0	1	1	1	0	
12	1	1	1	1	1	0	

ตารางที่ 3.8

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อกำหนดและคุณลักษณะของแบบทดสอบเชิงวินิจัยรูปแบบที่ 6 (ต่อ)

ข้อ	A1.3	A2.4	A3.2	A4.1	A5.2	A5.4	แผนภาพแสดงโครงสร้างของคุณลักษณะ
13	0	1	0	0	0	1	<pre> graph TD     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))           </pre>
14	1	1	0	0	0	1	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A5.4((A5.4))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4           </pre>
15	0	1	0	1	0	1	<pre> graph TD     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.4((A5.4))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4           </pre>
16	1	1	1	0	0	1	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))           </pre>
17	1	1	0	1	0	1	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A5.4((A5.4))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.4     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4           </pre>
18	1	1	1	1	0	1	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.4((A5.4))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4           </pre>

## ตารางที่ 3.8

แสดงความสัมพันธ์ระหว่างข้อกำหนดและคุณลักษณะของแบบทดสอบเชิงวินิจัยรูปแบบที่ 6 (ต่อ)

ข้อ	A1.3	A2.4	A3.2	A4.1	A5.2	A5.4	แผนภาพแสดงโครงสร้างของคุณลักษณะ
19	1	1	1	1	1	1	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3((A1.3)) --&gt; A4.1((A4.1))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     A3.2((A3.2)) --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2((A5.2))           </pre>

### 3.3 การเก็บรวบรวมข้อมูล

ผู้วิจัยเป็นผู้ดำเนินการเก็บรวบรวมข้อมูล โดยมีขั้นตอนการดำเนินการ ดังนี้

1. ผู้วิจัยนำแบบทดสอบสำรวจรูปแบบของสมการเชิงเส้นไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่ 1 ดังตารางที่ 3.2 โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด ภายใต้การดูแลของอาจารย์ประจำวิชา
2. หลังจากดำเนินการทดสอบนักเรียนในกลุ่มตัวอย่างที่ 1 จบแล้ว ผู้วิจัยหาค่าความถี่ของรูปแบบที่นักเรียนทำผิดสูงสุด เพื่อกำหนดรูปแบบของสมการที่จะใช้ในการพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจัย
3. นำแบบทดสอบเชิงวินิจัยที่พัฒนาแล้ว ไปทดสอบกับกลุ่มตัวอย่างที่ 2 ดังตารางที่ 3.2 โดยผู้วิจัยดำเนินการทดสอบด้วยตนเองทั้งหมด ภายใต้การดูแลของอาจารย์ประจำวิชา

### 3.4 การวิเคราะห์ข้อมูล

ผู้วิจัยนำข้อมูลที่เก็บรวบรวมได้จากกลุ่มตัวอย่าง มาวิเคราะห์ข้อมูลด้วยวิธีการทางสถิติ โดยมีขั้นตอนดังต่อไปนี้

1. วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด
  - 1.1 ค่าความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบสำรวจ

2. วิเคราะห์ข้อมูลจากแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย
  - 2.1 ค่าความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะที่กำหนด
  - 2.2 ค่าความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย
  - 2.3 ค่าดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น
3. วินิจฉัยรูปแบบการตอบสนองของนักเรียน

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูลในการวิจัยครั้งนี้ มีดังต่อไปนี้

1. ค่าดัชนีความสอดคล้องของข้อคำถามแต่ละข้อกับวัตถุประสงค์ (ศิริชัย กาญจนวสี, 2556; สุปัทร์ พิบูลย์, 2553)

$$IOC = \frac{\sum R}{N}$$

เมื่อ	$IOC$	แทน	ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อคำถามกับคุณลักษณะของข้อสอบ
	$\sum R$	แทน	ผลรวมคะแนนความคิดเห็นทั้งหมดของผู้เชี่ยวชาญ
	$N$	แทน	จำนวนผู้เชี่ยวชาญ

3. การวินิจฉัยรูปแบบคุณลักษณะของนักเรียน โดยใช้สูตรของ Leighton, Gierl และ Hunka (โดยโปรแกรม R)

$$P_{jExpected}(\Theta) = \prod_{k=1}^K P_{jk}(\Theta) \prod_{m=1}^M [1 - P_{jm}(\Theta)]$$

เมื่อ	$P_{jExpected}(\Theta)$	แทน	ความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ความสามารถ $\Theta$ ของผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ ต่อรูปแบบที่คาดหวัง
	$P_{jk}(\Theta)$	แทน	ความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ความสามารถ $\Theta$ ของผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ เมื่อผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ สามารถทำแบบทดสอบข้อที่ $k$ ได้ถูกต้อง โดยคำตอบในข้อที่ $k$ นั้นถูกคาดหวังว่าจะไม่ถูกต้องด้วยรูปแบบที่คาดหวัง ( $0 \rightarrow 1$ )
	$P_{jm}(\Theta)$	แทน	ความน่าจะเป็นของพารามิเตอร์ความสามารถ $\Theta$ ของผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ เมื่อผู้เข้าร่วมทดสอบ $j$ ทำแบบทดสอบข้อที่ $m$ ไม่

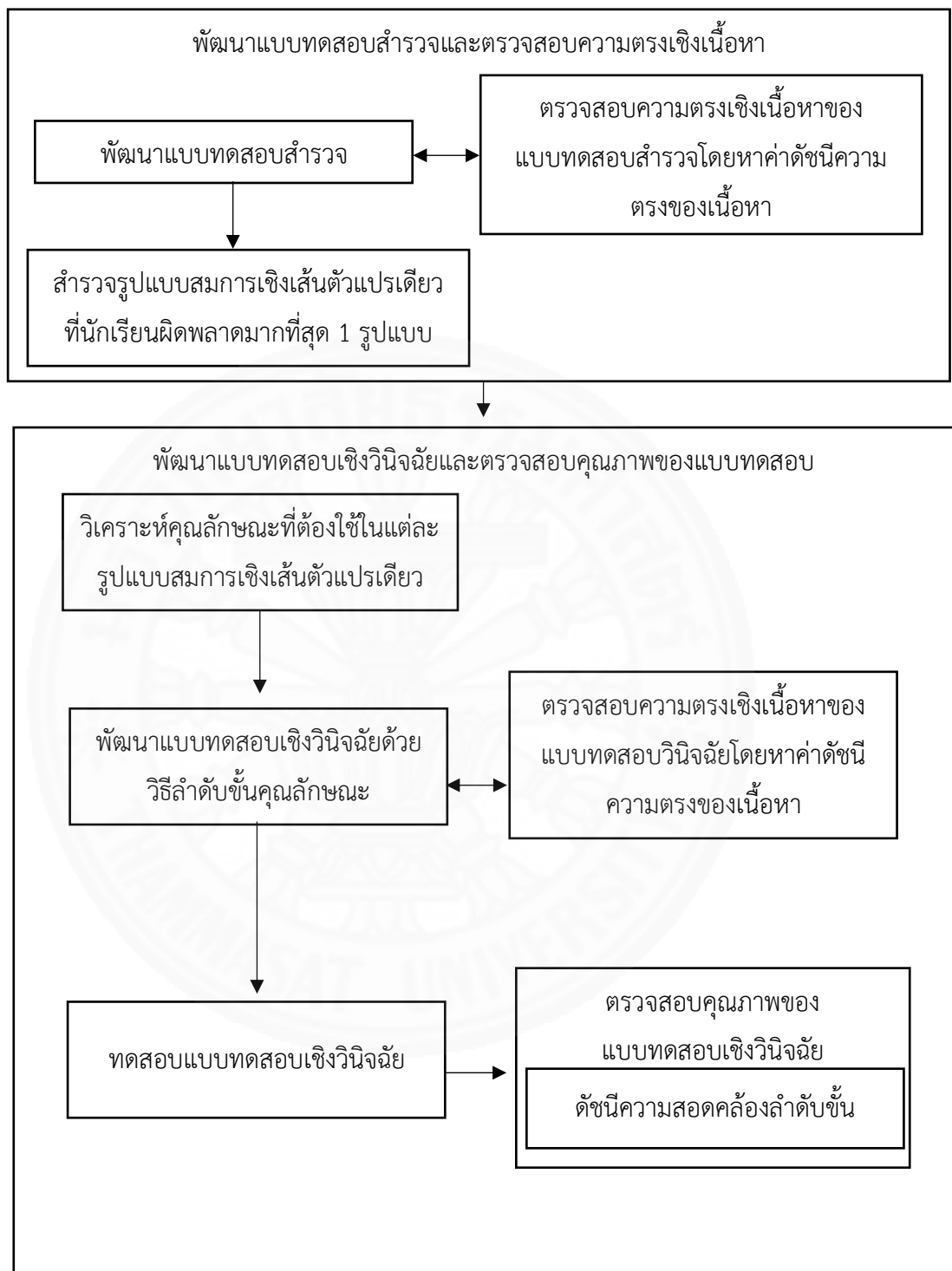
ถูกต้อง โดยคำตอบในข้อที่  $m$  นั้นถูกคาดหวังว่าจะถูกต้องด้วย  
รูปแบบที่คาดหวัง ( $1 \rightarrow 0$ )

4. ค่าดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น โดยใช้สูตรของ Cui Leighton Gierl

และ Hunka

$$HCI_j = 1 - \frac{2 \sum_{k \in S_{correct_j}} \sum_{g \in S_k} X_{j_k} (1 - X_{j_g})}{N_{c_j}}$$

เมื่อ	$S_{correct_j}$	แทน	เซตของข้อที่ผู้เข้าทดสอบ $j$ ตอบถูก
	$X_{j_k}$	แทน	คะแนนในข้อที่ $k$ ของผู้เข้าทดสอบ $j$ (คะแนน 0 หรือ 1)
	$S_k$	แทน	เซตของข้อที่จะต้องตอบถูกก่อนที่จะสามารถตอบข้อที่ $k$ ถูก
	$N_{c_j}$	แทน	จำนวนทั้งหมดที่ถูกนำมาเปรียบเทียบของผู้เข้าทดสอบ $j$



ภาพที่ 3.1 ขั้นตอนการพัฒนาและตรวจสอบแบบทดสอบเชิงวินิจฉัย



## บทที่ 4

### ผลการวิเคราะห์ข้อมูล

การวิจัยครั้งนี้มีวัตถุประสงค์ คือ 1) เพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด 2) เพื่อพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3) เพื่อประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พบในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

#### 4.1 ผลการสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด

แบบทดสอบเพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด มีผลการสำรวจดังตารางที่ 4.1

ตารางที่ 4.1

แสดงผลการสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด

รูปแบบที่	ร้อยละของผู้ตอบถูกในข้อ		ร้อยละเฉลี่ย
	ข้อคี่	ข้อคู่	
1	100	95	98
2	76	77	76
3	84	70	77
4	40	40	40
5	65	67	66
6	42	31	37

จากตารางที่ 4.1 จะเห็นได้ว่าสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวรูปแบบที่ 6 มีร้อยละเฉลี่ยของผู้ตอบถูกน้อยที่สุด (ร้อยละ 37) แสดงให้เห็นว่ารูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวรูปแบบที่ 6 เป็นรูปแบบที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด

## 4.2 ผลการพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดมุ่งหมายของการสร้างแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยเพื่อพัฒนาลำดับขั้นคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว และสร้างแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว โดยแบบทดสอบเป็นแบบเขียนตอบ มีรายละเอียดดังนี้

### 4.2.1 ผลของค่าความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะที่กำหนด

ความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะพิจารณาจากความสอดคล้องของผลการตัดสินใจของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบไปด้วย ผู้เชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล ผลการตรวจสอบความตรงใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ซึ่งพิจารณาจากค่าเฉลี่ยการตัดสินใจของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดเป็นเกณฑ์ ถ้าข้อใดมีค่า IOC สูงกว่า 0.75 ถือว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4.2

ตารางที่ 4.2

ผลการวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว	IOC
1. สมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ $a = 1, b \in \Gamma$ และ $c \in I^+$ ต้องใช้คุณลักษณะ A1.1, A4.1 และ A5.1 ในการแก้สมการ	1
2. สมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ $a = 1, b \in Q^+ - I$ และ $c \in I^+$ ต้องใช้คุณลักษณะ A1.2, A3.1, A4.1 และ A5.2 ในการแก้สมการ	1
3. สมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ $a = \frac{1}{n}, n \in I^+ - \{-1, 0, 1\}, b = 0$ และ $c \in \Gamma$ ต้องใช้คุณลักษณะ A2.2 และ A5.3 ในการแก้สมการ	1
4. สมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ $a \in \Gamma, b = 0$ และ $c \in I^+$ ต้องใช้คุณลักษณะ A2.3 และ A5.4 ในการแก้สมการ	1
5. สมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ $a = \frac{1}{n}, n \in I^+ - \{-1, 0, 1\}, b \in I^+$ และ $c \in I^+$ ต้องใช้คุณลักษณะ A1.2, A2.1, A4.1, A5.2 และ A5.3 ในการแก้สมการ	1
6. สมการในรูป $ax + b = c$ เมื่อ $a \in I^+, b \in Q^+ - I$ และ $c \in \Gamma$ ต้องใช้คุณลักษณะ A1.3, A2.4, A3.2, A4.1, A5.2 และ A5.4 ในการแก้สมการ	1

จากตารางที่ 4.2 จะเห็นได้ว่าค่าความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะกับการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวมีค่า 1 ทุกข้อ แสดงให้เห็นว่าคุณลักษณะที่ใช้ในการแก้สมการแต่ละรูปแบบมีความสอดคล้องตรงตามวัตถุประสงค์

#### 4.2.2 ผลของค่าความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเชิงวินิจัย

ความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวินิจัยพิจารณาจากความสอดคล้องของผลการตัดสินใจของผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน ซึ่งประกอบไปด้วย ผู้เชี่ยวชาญในเนื้อหาคณิตศาสตร์ ผู้เชี่ยวชาญด้านการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ และผู้เชี่ยวชาญด้านการวัดและประเมินผล ผลการตรวจสอบความตรงใช้ดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์ (IOC) ซึ่งพิจารณาจากค่าเฉลี่ยการตัดสินใจของผู้เชี่ยวชาญทั้งหมดเป็นเกณฑ์ ถ้าข้อใดมีค่า IOC สูงกว่า 0.75 ถือว่าข้อสอบวัดได้ตรงตามจุดประสงค์ โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4.3

ตารางที่ 4.3

ผลการวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเชิงวินิจัยการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

ข้อคำถาม	IOC	ข้อคำถาม	IOC
1. จงหาค่าของ $-13 - 2$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3	1	2. จงหาค่าของ $\left(-\frac{44}{15}\right) \div 4$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A2.4	1
3. จงหาค่าของ $\left(\frac{-14-6}{8}\right) \div 5$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4	1	4. จงหาค่าของ $-5 - \frac{3}{4}$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A3.2	1
5. จงหาค่าของ $\left(-2 - \frac{1}{7}\right) \div 5$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A3.2	1	6. จงเขียนพหุนาม $2x+7$ ในรูปอย่างง่าย เพื่อวัดคุณลักษณะ A4.1	1
7. จงเขียนพหุนาม $3x-7-9$ ในรูปอย่างง่าย เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A4.1	1	8. จงเขียนพหุนาม $x + \left(\left(-\frac{15}{7}\right) \div 3\right)$ ในรูปอย่างง่าย เพื่อวัดคุณลักษณะ A2.4, A4.1	1

## ตารางที่ 4.3

ผลการวิเคราะห์ความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบเชิงวินิจัยการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  
(ต่อ)

ข้อคำถาม	IOC	ข้อคำถาม	IOC
9. จงเขียนพหุนาม $x + \left( \left( -\frac{1}{3} - \frac{3}{4} \right) \div 5 \right)$ ในรูปอย่างง่าย เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A3.2, A4.1	1	10. จงเขียนพหุนาม $x + \left( \left( -1 - \frac{4}{5} \right) \div 3 \right)$ ในรูปอย่างง่าย เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A3.2, A4.1	1
11. จงแก้สมการ $x + \frac{1}{2} = -3$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A3.2, A4.1, A5.2	1	12. ถ้า $x + \frac{1}{4} = -2$ แล้ว $x \div 3$ มีค่าเท่าใด เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A3.2, A4.1, A5.2	1
13. จงแก้สมการ $6x = -\frac{48}{7}$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A2.4, A5.4	1	14. จงแก้สมการ $2x = \frac{-3-1}{5}$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A5.4	1
15. ถ้า $5(x+2) = -\frac{45}{7}$ แล้ว $x+2$ มีค่าเท่าใด เพื่อวัดคุณลักษณะ A2.4, A4.1, A5.4	1	16. จงแก้สมการ $5x = -2 - \frac{1}{2}$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A3.2, A5.4	1
17. ถ้า $7(x+8) = \frac{-16-5}{3}$ แล้ว $x+8$ มีค่าเท่าใด เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A4.1, A5.4	1	18. ถ้า $7x = -4 - \frac{2}{3}$ แล้ว $1-x$ มีค่าเท่าใด เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A3.2, A4.1, A5.4	1
19. จงแก้สมการ $2x + \frac{2}{3} = -4$ เพื่อวัดคุณลักษณะ A1.3, A2.4, A3.2, A4.1, A5.2, A5.4	1		

จากตารางที่ 4.3 จะเห็นได้ว่าข้อคำถามแต่ละข้อมีค่าดัชนีความสอดคล้องระหว่างข้อสอบกับจุดประสงค์เท่ากับ 1 ซึ่งถือว่าแต่ละข้อคำถามมีความสอดคล้องตามวัตถุประสงค์

#### 4.2.3 ผลของค่าความตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบเชิงวินิจัย

ความตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบวินิจัยพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น (Hierarchy consistency index: HCI) ถ้าค่าเฉลี่ยของ HCI สูงกว่า 0.70 จะชี้ให้เห็นว่ารูปแบบการตอบสนองของนักเรียนสอดคล้องกับลำดับชั้นคุณลักษณะเป็นอย่างดี โดยมีรายละเอียดดังตารางที่ 4.4

ตารางที่ 4.4

รูปแบบของคุณลักษณะ จำนวนคน ค่าเฉลี่ยความน่าจะเป็นของการเกิดในแต่ละรูปแบบ ค่า HCI และ ค่าเฉลี่ยจำนวนข้อที่รูปแบบที่คาดหวังต่างจากรูปแบบที่เกิดขึ้นจริง

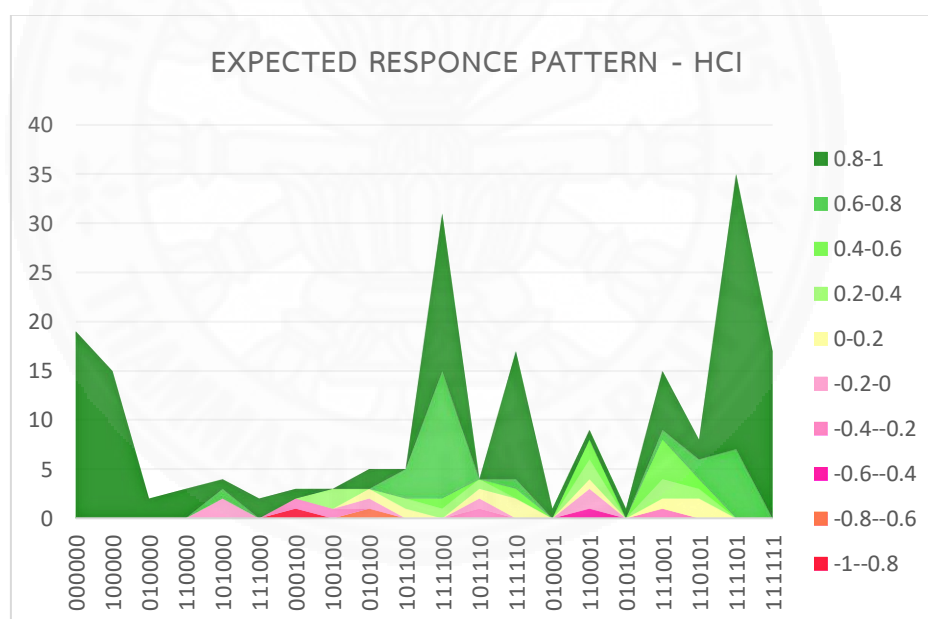
PATTERN	AMOUNT	P(EXP)	HCI	SLIP
000000	19	1.000	1.000	0.000
100000	15	1.000	1.000	0.000
010000	2	1.000	1.000	0.000
110000	3	1.000	1.000	0.000
101000	4	0.186	0.345	2.000
111000	2	1.000	1.000	0.000
000100	3	0.117	-0.091	2.667
100100	3	0.282	0.053	1.667
010100	5	0.118	0.250	3.600
101100	5	0.134	0.509	4.200
111100	31	0.095	0.781	5.452
101110	4	0.035	-0.002	4.250
111110	17	0.396	0.843	4.235
010001	1	1.000	1.000	0.000
110001	9	0.090	0.208	4.111
010101	1	0.945	1.000	1.000
111001	17	0.129	0.544	4.412

## ตารางที่ 4.4

รูปแบบของคุณลักษณะ จำนวนคน ค่าเฉลี่ยความน่าจะเป็นของการเกิดในแต่ละรูปแบบ ค่า HCI และ ค่าเฉลี่ยจำนวนข้อที่รูปแบบที่คาดหวังต่างจากรูปแบบที่เกิดขึ้นจริง (ต่อ)

PATTERN	AMOUNT	P(EXP)	HCI	SLIP
110101	9	0.075	0.545	4.000
111101	35	0.188	0.891	3.571
111111	20	0.850	0.931	0.800
<b>AVG</b>		0.406	0.744	2.950

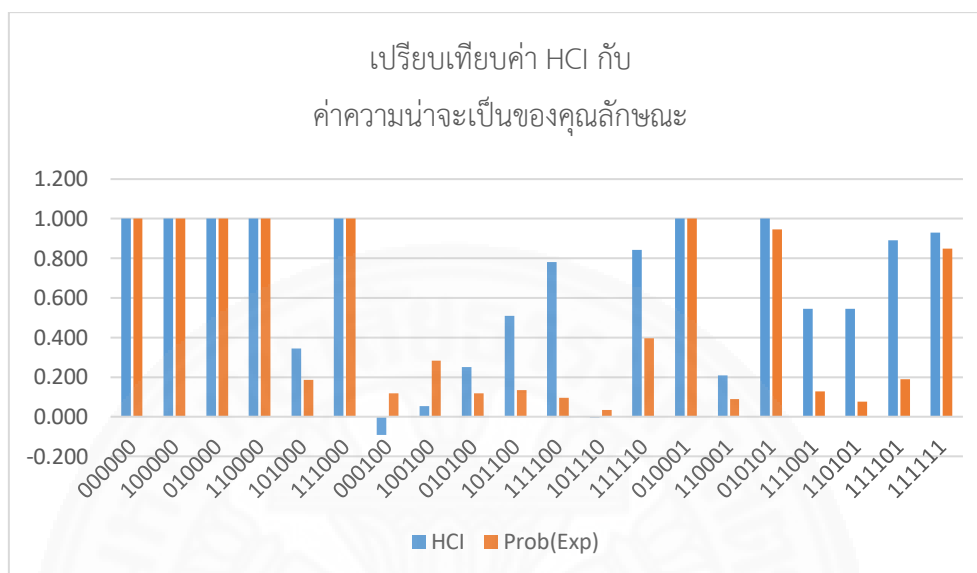
จะเห็นได้ว่าค่าเฉลี่ย HCI เท่ากับ 0.744 ซึ่งมากกว่า 0.70 ซึ่งชี้ให้เห็นว่า โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะมีความสอดคล้องกับการตอบสนองของนักเรียนในระดับที่ดี



ภาพที่ 4.1 ค่า HCI ในแต่ละรูปแบบการตอบสนองที่คาดหวัง

ภาพที่ 4.1 ค่าดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น (HCI) กับจำนวนของผู้เข้าสอบในแต่ละคุณลักษณะของผู้สอบ โดยใช้สีนำเสนองาน HCI เป็นช่วง มีความกว้างช่วงละ 0.2 และความสูงของกราฟแสดงจำนวนผู้เข้าสอบ จะเห็นได้ว่าค่า HCI ที่มีค่าต่ำกว่า 0.6 พบไม่เกิน 4 คนในแต่ละคุณลักษณะของผู้สอบ โดยจำนวนข้อมูลที่มีค่า HCI ต่ำกว่า 0.6 จะมีคุณลักษณะของผู้สอบแบบ

เดียวกันเฉลี่ย 1.37 คน ซึ่งชี้ให้เห็นว่ารูปแบบการตอบสนองของผู้สอบกลุ่มนี้ไม่มีความสอดคล้องทั้งต่อรูปแบบการตอบสนองที่คาดหวังและรูปแบบการตอบสนองของผู้สอบคนอื่น



ภาพที่ 4.2 การเปรียบเทียบค่า HCI และค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบ

ภาพที่ 4.2 แสดงการเปรียบเทียบระหว่างค่า HCI และค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบในแต่ละคุณลักษณะของผู้สอบ พบว่าค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบและค่า HCI มีแนวโน้มในทิศทางเดียวกัน กล่าวคือ ค่าความน่าจะเป็นของคุณลักษณะของผู้สอบสูงก็ต่อเมื่อค่า HCI สูง

#### 4.3 ผลการประเมินเชิงวินิจฉัยของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พบในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนในแต่ละคนจะมีความแตกต่างกัน ในภาพรวมแล้วพบว่านักเรียนร้อยละ 15 มีจุดอ่อนในเรื่องการลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก นักเรียนร้อยละ 26 จุดอ่อนในเรื่องการหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก นักเรียนร้อยละ 34 มีจุดอ่อนในเรื่องการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน นักเรียนร้อยละ 35 มีจุดอ่อนในเรื่องการบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย นักเรียนร้อยละ 80 มีจุดอ่อนในเรื่องการลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของ

สมการ นักเรียนร้อยละ 56 มีจุดอ่อนในเรื่องการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ โดยแต่ละรูปแบบของคุณลักษณะมีจำนวนนักเรียนดังแสดงในตารางที่ 4.5

ตารางที่ 4.5

ร้อยละของนักเรียนในแต่ละรูปแบบคุณลักษณะ

รูปแบบ	ร้อยละ	รูปแบบ	ร้อยละ
000000	9.27%	111100	15.12%
100000	7.32%	101110	1.95%
010000	0.98%	111110	8.29%
110000	1.46%	010001	0.49%
101000	1.95%	110001	4.39%
111000	0.98%	010101	0.49%
000100	1.46%	111001	8.29%
100100	1.46%	110101	4.39%
010100	2.44%	111101	17.07%
101100	2.44%	111111	9.76%

เมื่อผู้สอนต้องการแก้ไขหรือปรับปรุงการสอนของนักเรียน ผู้สอนควรสอนนักเรียนโดยไล่ตามคุณลักษณะที่นักเรียนขาดหาย (จุดทึบ) แสดงดังตารางที่ 4.6



ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
000000	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2((A5.2))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	ไม่มี	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ
100000	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2((A5.2))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การบวกและการลบจำนวนเต็ม	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
010000	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ
110000	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
101000	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2((A5.2))     A3.2 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ
111000	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2((A5.2))     A3.2 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน	การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
000100	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ
100100	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
010100	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2((A5.2))     A3.2 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     style A1.3 fill:#ccc     style A2.4 fill:#ccc     style A3.2 fill:#ccc     style A5.2 fill:#ccc     style A5.4 fill:#ccc             </pre>	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ
101100	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2((A5.2))     A3.2 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     style A2.4 fill:#ccc     style A3.2 fill:#ccc     style A5.2 fill:#ccc     style A5.4 fill:#ccc             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
111100	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2     style A5.2 fill:#ccc     style A5.4 fill:#ccc             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย	การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ
101110	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2     style A5.2 fill:#ccc     style A5.4 fill:#ccc             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
111110	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     style A5.2 fill:#ccc     style A5.4 fill:#ccc             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ	การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ
010001	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     style A1.3 fill:#ccc     style A3.2 fill:#ccc     style A4.1 fill:#ccc     style A5.2 fill:#ccc             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดง ลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
110001	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วย จำนวนเต็มบวก การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ
010101	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วย จำนวนเต็มบวก การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ



ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ	สถานะความรู้ของผู้สอบ	
		ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
111001	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2((A5.2))     A3.2 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ	การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ
110101	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A4.1((A4.1)) --&gt; A5.2((A5.2))     A3.2 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>	การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย สมบัติการเท่ากัน (การหาร)	การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ

ตารางที่ 4.6

ตารางแสดงการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียน (ต่อ)

รูปแบบ	แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ		สถานะความรู้ของผู้สอบ	
			ทักษะที่มี	ทักษะที่ขาด
111101	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))     style A5.2 fill:#ccc             </pre>		การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ	การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ
111111	<pre> graph TD     A1.3((A1.3)) --&gt; A3.2((A3.2))     A1.3 --&gt; A4.1((A4.1))     A3.2 --&gt; A5.2((A5.2))     A4.1 --&gt; A5.2     A2.4((A2.4)) --&gt; A5.4((A5.4))             </pre>		การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มลบ การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ การหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ	ไม่ขาด

## บทที่ 5

### สรุปผลการวิจัย อภิปรายผลการวิจัย และข้อเสนอแนะ

การวิจัยครั้งนี้เป็นการประยุกต์ใช้โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะเพื่อพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา โดยมีวัตถุประสงค์ของการวิจัย คือ 1) เพื่อสำรวจรูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด 2) เพื่อพัฒนาแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว 3) เพื่อประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ที่พบในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

#### 5.1 สรุปผลการวิจัย

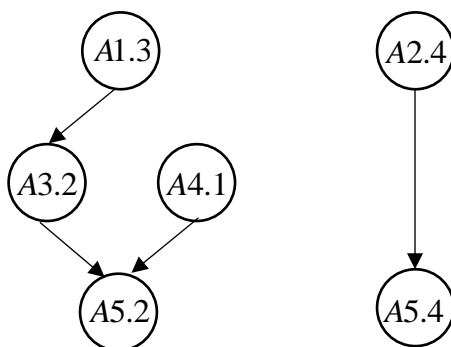
##### 5.1.1 รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด

แบบทดสอบสำรวจมีค่าความตรงเชิงเนื้อหา (Content validity) พิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน โดยข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1 เมื่อทดลองใช้กับนักเรียนพบว่า รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $ax + b = c$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $b$  เป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มบวก และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มลบ (รูปแบบที่ 6) เป็นรูปแบบที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด คิดเป็นร้อยละ 63 จากตัวอย่างนักเรียน 144 คน

##### 5.1.2 แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

###### 1) ลักษณะโดยรวมของแบบทดสอบ

แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว มีรูปแบบของสมการเป็น  $ax + b = c$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $b$  เป็นเศษส่วนของจำนวนเต็มบวก และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มลบ โดยแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยมีจำนวนข้อคำถามทั้งสิ้น 19 ข้อ เพื่อวัดคุณลักษณะเรื่อง การลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก (A1.3) การหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก (A2.4) การลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน (A3.2) การบวกและการลบเอกนามไม่คล้าย (A4.1) การลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ (A5.2) และการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ (A5.4) ลำดับชั้นคุณลักษณะมีการจัดเรียงดังแสดงในภาพที่ 5.1 และแต่ละข้อคำถามวัดคุณลักษณะตามตารางที่ 5.1



ภาพที่ 5.1 แผนภาพแสดงลำดับชั้นคุณลักษณะที่ใช้ในการออกแบบแบบทดสอบเชิงวินิจัย

ตารางที่ 5.1

ความสัมพันธ์ระหว่างข้อคำถามและคุณลักษณะ

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
A1.3	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
A2.4	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
A3.2	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
A4.1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
A5.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
A5.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1

## 2) คุณภาพของแบบทดสอบเชิงวินิจัย

แบบทดสอบเชิงวินิจัยทางพุทธิปัญญาที่มีการตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบ  
ดังนี้

(1) ความตรงเชิงเนื้อหาของคุณลักษณะ พิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน โดยข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1

(2) ความตรงเชิงเนื้อหาของแบบทดสอบวินิจัยกับคุณลักษณะ พิจารณาโดยผู้เชี่ยวชาญจำนวน 3 ท่าน โดยข้อสอบทุกข้อมีค่า IOC เท่ากับ 1

(3) ความตรงเชิงโครงสร้างของแบบทดสอบวินิจัย พิจารณาจากค่าเฉลี่ยของดัชนีความสอดคล้องของลำดับชั้น (HCI) มีค่าเท่ากับ 0.74 ซึ่งแสดงให้เห็นว่ารูปแบบการตอบสนองของนักเรียนมีความสอดคล้องกับโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ (Model fit) ในระดับที่ดี

### 5.1.3 การประเมินเชิงวิจักษ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากการวิเคราะห์จุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนในเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว พบว่านักเรียนมีความเข้าใจในเรื่องการลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวกมากที่สุด รองลงมาคือเรื่องการหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 85 และ 74 ตามลำดับ ในขณะที่ขาดความเข้าใจในเรื่องการลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการเป็นอันดับที่หนึ่ง รองลงมาคือเรื่องการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ ซึ่งคิดเป็นร้อยละ 80 และ 56 ตามลำดับ

## 5.2 อภิปรายผล

### 5.2.1 รูปแบบสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนผิดพลาดมากที่สุด

เมื่อเปรียบเทียบรูปแบบของสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวทั้ง 6 รูปแบบกับเปอร์เซ็นต์การตอบผิดของนักเรียนในแต่ละรูปแบบและคุณลักษณะที่สมการแต่ละรูปแบบใช้พบว่า รูปแบบที่นักเรียนตอบผิดมากที่สุด 2 รูปแบบแรกได้แก่ รูปแบบที่ 6 และรูปแบบที่ 4 โดยมีเปอร์เซ็นต์การตอบผิดเป็น 63% และ 60% ตามลำดับ โดยรูปแบบสมการที่ 6 และรูปแบบสมการที่ 4 นั้นมีคุณลักษณะที่สัมพันธ์กันคือสมบัติการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ (A5.4) ซึ่งสะท้อนให้เห็นถึงข้อผิดพลาดที่นักเรียนส่วนมากผิดพลาดมาจากการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ โดยสมการรูปแบบที่ 4 นั้นมีการหารด้วยจำนวนเต็มลบทั้งสองข้างสมการ แต่นักเรียนหารด้วยจำนวนเต็มบวกซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Cortes และ Pfaff (2000) ที่พบว่านักเรียนใช้วิธีการแก้สมการโดยการย้ายข้างจากลบไปบวก จากคูณไปหารในการแก้สมการ ส่งผลให้เมื่อนักเรียนพบสมการที่มีสัมประสิทธิ์ของตัวแปรติดลบ นักเรียนจึงย้ายข้างไปหารพร้อมทั้งเปลี่ยนเครื่องหมายของสัมประสิทธิ์จากลบเป็นบวก ทำให้ได้คำตอบที่ผิด เช่น  $-4x = 25$  นักเรียนได้คำตอบเป็น  $x = \frac{25}{4}$  หรือ  $x = 29$  ในขณะที่สมการรูปแบบที่ 6 นักเรียนเลือกที่จะย้ายข้างการคูณของตัวส่วนโดยละเลยกฎการคูณที่ถูกต้อง เช่น

$4x + \frac{1}{5} = -4$  นักเรียนทำโดย  $x = \frac{-4 - \frac{1}{5}}{4}$  โดยมีคำตอบที่แตกต่างกันออกไปขึ้นอยู่กับความเข้าใจในเรื่องการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากัน

## 5.2.2 แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

การสร้างแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยวิธีลำดับชั้นคุณลักษณะมีความซับซ้อนในเรื่องการกำหนดคุณลักษณะ และลำดับชั้นคุณลักษณะ เนื่องจากการกำหนดคุณลักษณะในการทำแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาด้วยวิธีลำดับชั้นคุณลักษณะในแต่ละครั้งจะมีความแตกต่างกันในเรื่องของบทเรียน ระดับของเนื้อหา และความครอบคลุมของเนื้อหาที่แตกต่างกัน ทำให้คุณลักษณะที่ถูกกำหนดไว้มีเพียงเล็กน้อยและอาจไม่ครอบคลุมประสงค์ของผู้วิจัย (Leighton, 2008; Leighton, Cui and Cor, 2009) ผู้วิจัยจำเป็นต้องศึกษาเนื้อหาของบทเรียน และได้รับความคิดเห็นจากผู้เชี่ยวชาญเพื่อใช้ในการกำหนดคุณลักษณะและลำดับชั้นของคุณลักษณะสำหรับสร้างโมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อได้โมเดลลำดับชั้นคุณลักษณะแล้วจะทำให้ผู้วิจัยทราบถึงขั้นต่ำของจำนวนข้อคำถามในแบบทดสอบเชิงวินิจฉัยและรูปแบบของข้อคำถาม ในงานวิจัยนี้มีจำนวนข้อคำถามทั้งสิ้น 19 ข้อ

การประเมินผลของรูปแบบคุณลักษณะโดยวิธีลำดับชั้นคุณลักษณะจะใช้วิธีการคำนวณความน่าจะเป็นของรูปแบบการตอบสนองของนักเรียนว่าตรงกับรูปแบบการตอบสนองที่คาดหวังมากน้อยเพียงใด เพื่อจัดรูปแบบคุณลักษณะที่นักเรียนมีเป็นรายบุคคล ทั้งนี้วิธีการคำนวณจะมีพารามิเตอร์ข้อสอบ (Item parameter) เป็นส่วนประกอบในสูตรของ Leighton และคณะ เมื่อพิจารณาดัชนีความสอดคล้องลำดับชั้นกับค่าความน่าจะเป็นของรูปแบบที่ถูกคาดหวังมากกว่า 0.1 พบว่าดัชนีความสอดคล้องลำดับชั้นมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 0.93 และพบ slip เฉลี่ยเพียง 1.2 ข้อ ในทางตรงข้ามเมื่อพิจารณาเฉพาะข้อมูลที่มีค่าความน่าจะเป็นของรูปแบบที่ถูกคาดหวังน้อยกว่า 0.1 พบว่าดัชนีความสอดคล้องลำดับชั้นมีค่าเฉลี่ยอยู่ที่ 0.47 และพบ slip เฉลี่ย 4.9 ข้อ จะเห็นได้ว่าเมื่อความน่าจะเป็นของรูปแบบที่ถูกคาดหวังสูง ค่าดัชนีความสอดคล้องลำดับชั้นจะสูงขึ้น

การประเมินเชิงวินิจฉัยครั้งนี้คาดหวังที่จะเก็บตัวอย่างขั้นต่ำที่ 392 คน แต่เมื่อเก็บข้อมูลจริงพบว่าได้รับข้อมูลเพียง 205 คน เพื่อที่จะยืนยันว่าจำนวนข้อมูลมีขนาดที่เพียงพอต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์ข้อสอบ ผู้วิจัยขออ้างอิงงานของ de la Torres และคณะ (2010) ที่พบว่าขนาดกลุ่มตัวอย่างส่งผลต่อความถูกต้องของการประมาณค่าพารามิเตอร์ข้อสอบในโมเดล DINA ในขณะที่ Roja และคณะ (2012) พบว่า GDINA จะจำแนกได้ดีกว่าเมื่อเปรียบเทียบกับ DINA, DINO และ A-CDM เมื่อขนาดกลุ่มตัวอย่างมีขนาดเล็ก (100 – 200) แต่การเปรียบเทียบนี้ไม่ถูกต้องทั้งหมดขึ้นอยู่กับสถานะการณ์ เช่น de la Torres และ Lee (2013) กล่าวว่า GDINA ต้องการขนาดกลุ่มตัวอย่างที่ใหญ่เพื่อให้การประมาณค่าพารามิเตอร์นั้นถูกต้อง เมื่อพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของดัชนีความสอดคล้องลำดับชั้นแล้วจะเห็นได้ชัดเจนว่าจำนวนตัวอย่างเพียงพอต่อการประมาณค่าพารามิเตอร์

### 5.2.3 การประเมินเชิงวิจักษ์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

จากผลการวิจัยพบว่านักเรียนมีจุดแข็งและจุดอ่อนที่เหมือนกันหรือแตกต่างกันไปตามแต่ละบุคคล เมื่อพิจารณาจุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในแต่ละคุณลักษณะพบรายละเอียดดังนี้

เมื่อวิจักษ์พบจุดแข็งของนักเรียนในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในแต่ละคุณลักษณะจะแสดงให้เห็นว่านักเรียนมีพื้นฐานที่ดีในเรื่องใด และมีความพร้อมที่จะแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูปแบบใด โดยในแต่ละคุณลักษณะมีรายละเอียดดังต่อไปนี้

1. นักเรียนที่มีคุณลักษณะในการลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก (A1.3) จะมีความเข้าใจในการเรื่องการบวกจำนวนเต็มสองจำนวนและความแตกต่างของเครื่องหมายบวกและเครื่องหมายลบ ดังนั้นหากนักเรียนมีคุณลักษณะ A1.3 จะมีความพร้อมที่จะเรียนการบวกและการลบเอกนามที่มีค่าคงที่และสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนเต็ม

2. นักเรียนที่มีคุณลักษณะในการหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก (A2.4) จะมีความเข้าใจในเรื่องการหารจำนวนเต็มด้วยจำนวนเต็มมาก่อน และเข้าใจถึงการหารจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนที่มีค่ามากกว่าศูนย์ผลลัพธ์ที่ได้เป็นจำนวนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ ดังนั้นนักเรียนจะมีความพร้อมที่จะเรียนการแก้สมการในรูป  $ax = c$  เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็ม และ  $c$  เป็นจำนวนตรรกยะ

3. นักเรียนที่มีคุณลักษณะในการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน (A3.2) จะต้องมีคุณลักษณะในเรื่องการลบเศษส่วนที่มีตัวส่วนเท่ากัน และวิธีการจัดรูปให้เศษส่วนมีตัวส่วนเท่ากัน นักเรียนที่มีคุณลักษณะนี้จะมีความพร้อมที่จะเรียนการบวกและการลบเอกนามที่มีค่าคงที่และสัมประสิทธิ์เป็นจำนวนตรรกยะ

4. นักเรียนที่มีคุณลักษณะในการบวกเอกนามไม่คล้าย (A4.1) จะต้องสามารถจำแนกความแตกต่างระหว่างเอกนามคล้ายและเอกนามไม่คล้ายได้ โดยเอกนามที่คล้ายกันจะสามารถบวกและลบกันได้ ซึ่งจะต้องใช้คุณลักษณะ A1 และ A3 ในขณะที่เอกนามที่ไม่คล้ายกันจะมีผลลัพธ์เป็นพหุนาม

5. นักเรียนที่มีคุณลักษณะในการลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ (A5.2) จะต้องมีคุณลักษณะ A1 และ A3 โดยนักเรียนจะมีความพร้อมที่จะเรียนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่อยู่ในรูป  $x + b = c$  เมื่อ  $b, c$  เป็นจำนวนตรรกยะ และ  $x$  เป็นตัวแปร

6. นักเรียนที่มีคุณลักษณะในการหารสัมประสิทธิ์ทั้งสองข้างของสมการ (A5.4) จะต้องมีคุณลักษณะ A2 โดยนักเรียนจะมีความพร้อมที่จะเรียนการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในรูป  $ax = c$  เมื่อ  $a, c$  เป็นจำนวนตรรกยะ และ  $x$  เป็นตัวแปร



จุดอ่อนของนักเรียนในการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวในแต่ละคุณลักษณะ

1. นักเรียนที่ขาดคุณลักษณะในการลบจำนวนเต็มลบด้วยจำนวนเต็มบวก (A1.3) มีการแสดงผลลัพธ์ของการคำนวณออกมาในรูปของผลต่างของตัวเลข เช่น  $-13 - 2 = -11$  ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Makonye และ Fakude (2016) ที่ว่านักเรียนใช้ความรู้ความเข้าใจที่พวกเขาได้มีมาตั้งแต่สมัยประถมเกี่ยวกับเครื่องหมาย “-” ว่าหมายถึงการนำจำนวน 2 จำนวนมาหักล้างกัน ผลลัพธ์ที่ได้จะมีค่าตามเครื่องหมายของตัวมาก ดังนั้นเมื่อนักเรียนพบ  $-13 - 2$  นักเรียนจึงนำ  $13 - 2 = 11$  และเครื่องหมายหน้าเลข 13 เป็นเครื่องหมายลบ นักเรียนจึงตอบ  $-11$  หรือนักเรียนแสดงผลลัพธ์ของการคำนวณออกมาในรูปของผลรวมของตัวเลข เช่น  $-13 - 2 = 15$  ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Khalid และ Embong (2020) ที่ว่านักเรียนใช้สร้างกฎขึ้นเองจากการผสมกันของกฎหลายกฎ ในที่นี้นักเรียนเห็นว่าเครื่องหมายลบพบกับเครื่องหมายลบจะได้เครื่องหมายบวก โดยเป็นการสร้างกฎผสมกันจากร่องการคูณกันของจำนวนลบกับจำนวนลบได้ผลลัพธ์เป็นจำนวนบวก กับกฎเรื่องเมื่อนำจำนวนลบมาลบกับจำนวนบวกให้นำจำนวนทั้งสองมาบวกกัน (และเหลือเครื่องหมายลบ) เมื่อนักเรียนผสมกฎทั้งสองแล้วจะได้ว่า  $-13 - 12$  นักเรียนนำ  $13 + 12 = 15$

2. นักเรียนที่ขาดคุณลักษณะในการหารจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีค่าน้อยกว่าศูนย์ด้วยจำนวนเต็มบวก (A2.4) มีการแสดงผลลัพธ์ของการคำนวณออกมาในรูปของค่าสัมบูรณ์ของผลการหาร เช่น  $\left(-\frac{44}{15}\right) \div 4 = \frac{11}{15}$  ซึ่งอาจเกิดจากความไม่รอบคอบของนักเรียนในเรื่องของเครื่องหมาย หรือความไม่เข้าใจในเรื่องการหารจำนวนลบด้วยจำนวนบวก ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Khalid และ Embong (2020) ที่พบว่านักเรียนอาจละเลยเครื่องหมายหรือไม่มีความเข้าใจในเรื่องของจำนวนที่ติดลบ

3. นักเรียนขาดคุณลักษณะในการลบเศษส่วนที่ตัวส่วนไม่เท่ากัน (A3.2) มีการแสดงผลลัพธ์ของการคำนวณโดยไม่ปรับตัวส่วนให้เท่ากันและมีความผิดพลาดเช่นเดียวกับคุณลักษณะที่ 1 เช่น  $-5 - \frac{3}{4} = -\frac{2}{4}$  หรือนำตัวส่วนคูณกับตัวเศษของอีกพจน์หนึ่งแล้วจึงลบจำนวนตัวเลขแต่ไม่ใส่ส่วน เช่น  $-4 - \frac{1}{5} = -21$  หรือ  $-4 - \frac{1}{5} = 21$  ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Vinner, Hershkowitz, Bruckheimer (1981) ซึ่งพบว่านักเรียนสร้างกฎเกณฑ์ในการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ขึ้นเองและบ่อยครั้งเมื่อมีการบวกและการลบเศษส่วนนักเรียนเลือกที่จะนำตัวเศษมาบวก (ลบ) กันและนำตัวส่วนมาคูณกัน ในที่นี้จะได้ว่า  $-\frac{5}{1} - \frac{3}{4} = \frac{-5-3}{1 \times 4}$  และนักเรียนมีความเข้าใจผิดในเรื่องของการลบกันของจำนวนเต็มลบจึงส่งผลให้ได้คำตอบเป็น  $-\frac{2}{4}$  หรือในการละเลยตัวส่วน โดย Vinner และคณะได้กล่าวว่า “การกระทำเช่นนี้เกิดขึ้นได้เมื่อนักเรียนให้ความสนใจในส่วนที่ยากของเนื้อหา และเมื่อนักเรียนทำส่วนนั้นสำเร็จแล้วนักเรียนลืมนึกถึงในส่วนอื่น จึงคิดว่าได้ทำครบทั้งหมด



แล้ว” ในกรณีนี้จะเห็นได้ว่านักเรียนได้ปรับตัวส่วนของ  $-4$  ให้เป็น  $-\frac{20}{5}$  ก่อนที่จะดำเนินการต่อ แต่แล้วนักเรียนก็ได้ลืมเติมตัวส่วนในการตอบคำถาม

4. นักเรียนขาดคุณลักษณะในการบวกเอกนามคล้าย (A4.1) มีการแสดงผลลัพธ์โดยการละลายตัวอักษร เช่น จงเขียนพหุนาม  $3x + 10$  ในรูปอย่างง่าย และนักเรียนตอบ 13 หรือ จงเขียนพหุนาม  $5x - 1 - 5$  ในรูปอย่างง่าย และนักเรียนตอบ  $-1$  ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Kuchemann (1978) ที่ชี้ให้เห็นว่านักเรียนบวกจัดการกับพจน์ของเอกสารที่ไม่คล้ายกันโดยการขยับตัวแปร ยกเลิกตัวแปร เพิ่มตัวแปรเข้ามา อันเนื่องมาจากนักเรียนเกิดความรู้สึกว่าการมีเครื่องหมายบวกหรือลบอยู่หน้าการแก้ปัญหานั้นยังไม่เสร็จสิ้น

5. นักเรียนขาดคุณลักษณะในการลบค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ (A5.2) มีการแสดงผลลัพธ์โดยใช้สมบัติการเท่ากันถูกต้องแต่คำนวณค่าผิด เช่น จงแก้สมการ  $x + \frac{1}{2} = -3$  โดยสิ่งที่นักเรียนทำคือ  $x = -3 - \frac{1}{2}$  และมีมีโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อนในการลบกันของจำนวนในรูปเศษส่วนที่มีตัวส่วนไม่เท่ากันส่งผลให้นักเรียนได้คำตอบเป็น  $x = -\frac{2}{2}$  หรือกรณีที่นักเรียนเลือกใช้สมบัติการเท่ากันผิด เช่น จงแก้สมการ  $x + \frac{3}{5} = -2$  นักเรียนได้คำตอบ  $x = -13$  โดยนักเรียนทำดังนี้  $x + 3 = (-2)(5)$  จะได้  $x = -10 - 3 = -13$  จะเห็นได้ว่านักเรียนมีความเข้าใจเกี่ยวกับการลบและการคูณจำนวนที่ติดลบอย่างถูกต้อง แต่มีความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนในเรื่องสมบัติการเท่ากัน ซึ่งสอดคล้องกับงานวิจัยของ Cortes และ Pfaff ที่ว่านักเรียนใช้กฎการย้ายข้างส่งผลให้เมื่อนักเรียนพบว่า 5 เป็นตัวหารจึงทำการย้ายข้างด้วยวิธีการคูณจากนั้นจึงย้าย 3 ที่บวกอยู่ไปลบอีกฝั่งหนึ่ง (Cortes & Pfaff, 2000)

6. นักเรียนขาดคุณลักษณะในการหารค่าคงที่ทั้งสองข้างของสมการ (A5.4) มีการแสดงผลลัพธ์โดยใช้สมบัติการเท่ากันถูกต้องแต่คำนวณค่าผิด เช่น จงแก้สมการ  $6x = -\frac{48}{7}$  นักเรียนได้คำตอบ  $x = \frac{8}{7}$  จะเห็นได้ว่านักเรียนผิดพลาดในคุณลักษณะที่ 5.4 อันเนื่องมาจากความผิดพลาดที่ต่อเนื่องในคุณลักษณะที่ 2.4

### 5.3 ข้อเสนอแนะ

#### 5.3.1 ข้อเสนอแนะในการนำผลการวิจัยไปใช้

1. นักเรียนส่วนมากมีความผิดพลาดในการแก้สมการที่มีขั้นตอนการแก้สมการหลายขั้นตอน มีคำตอบเป็นจำนวนที่น้อยกว่าศูนย์ และมีการคำนวณที่เกี่ยวข้องกับจำนวนในรูป

เศษส่วน ผู้สอนควรให้ความสำคัญกับรายละเอียดเหล่านี้ในขณะสอนและการประเมินผลของนักเรียน เพื่อช่วยแก้ไขความเข้าใจที่คลาดเคลื่อนของนักเรียนได้ทันท่วงที

2. แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่ถูกพัฒนาขึ้นมีกรอบแนวคิดทางพุทธิปัญญาเป็นฐาน จึงสามารถอนุมานจุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนและให้ข้อมูลย้อนกลับในลักษณะของโปรไฟล์ความรู้ของนักเรียนเป็นรายบุคคล ผู้สอนสามารถใช้แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาในการประเมินจุดแข็งและจุดอ่อนของนักเรียนได้ทั้งก่อนเรียน ระหว่างเรียน หรือหลังเรียน เพื่อเป็นแนวทางในการออกแบบการจัดการเรียนการสอนแก่นักเรียนในครั้งถัดไป

3. จากผลการประเมินเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญา เรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีจุดอ่อนในเรื่องสมบัติการเท่ากัน ส่วนหนึ่งมาจากนักเรียนใช้กฎการย้ายข้างสมการโดยไม่เข้าใจถึงสมบัติการเท่ากัน ผู้สอนควรหลีกเลี่ยงการสอนวิธีแก้สมการโดยใช้กฎการย้ายข้างสมการแก่นักเรียน เพื่อให้นักเรียนเข้าใจหลักเกณฑ์ที่ถูกต้องในการแก้สมการ

### 5.3.2 ข้อเสนอแนะในการทำวิจัยต่อไป

ผู้วิจัยขอเสนอแนะในการทำวิจัยต่อไปดังนี้

1. เพื่อหลีกเลี่ยงความผิดพลาดอันเกิดจากความไม่รอบคอบของนักเรียน อันส่งผลต่อผลการประเมินเชิงวินิจฉัย ผู้วิจัยขอเสนอให้ทำแบบทดสอบเสมือน 3 หรือ 5 ข้อเพื่อยืนยันความเข้าใจของนักเรียน

2. ในงานวิจัยฉบับนี้ได้สร้างโมเดลเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาทั้งสิ้น 6 โมเดล แต่นำมาใช้เพียง 1 โมเดล อันเนื่องมาจากข้อจำกัดด้านทรัพยากร การวิจัยครั้งต่อไปควรทำการทดลองใช้โมเดลที่เหลืออีก 5 โมเดล

## รายการอ้างอิง

- ปิยาพร ขาวสะอาด. (2541). การพัฒนากระบวนการสอบความก้าวหน้าวิชาภาษาอังกฤษโดยใช้คอมพิวเตอร์ที่ให้ผลการวินิจฉัยย้อนกลับ. *วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต. ภาควิชาวิจัย การศึกษา. คณะครุศาสตร์. จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.*
- ศิริชัย กาญจนวาสี. (2556). *ทฤษฎีการทดสอบแบบดั้งเดิม*. กรุงเทพมหานคร: สำนักพิมพ์แห่ง จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.
- สถาบันส่งเสริมวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ. (2557). *หนังสือเรียนรายวิชาพื้นฐาน คณิตศาสตร์ เล่ม 1 ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ ตามหลักสูตร แกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551*. กรุงเทพมหานคร: สถาบันส่งเสริม วิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี กระทรวงศึกษาธิการ.
- สายยศ, ล้วน สายยศและ อังคณา. (2543). *เทคนิคการวิจัยทางการศึกษา*. กรุงเทพฯ: สุวีริยาสาส์น.
- สุพักตร์ พิบูลย์. (2553). การสร้างและตรวจสอบคุณภาพแบบทดสอบวินิจฉัย. In *เอกสารการสอนชุด วิชาการพัฒนาเครื่องมือวัดด้านพุทธิพิสัย*. นนทบุรี: มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช.
- Brown, F. G. (1983). *Educational and psychological testing*. New York: CBS College Publishing.
- Cortes Anibal & Pfaff Nathalie. (2000). Solving equations and inequations: operational invariants and methods constructed by students. *Proceeding of the 24th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME24)*, (pp. 193-200). Hiroshima, Japan.
- Cortes, A. (1993). Analysis of errors and a cognitive model in the solving of the equations. *Proceedings of the seventeenth PME Conference*, (pp. 146-153). Japan.
- Cui, Y. (2007). The hierarchy consistency index: a person fit statistic for the attribute hierarchy method. *Centre of Research in Applied Measurement and Evaluation*.
- Cui, Y., & Leighton, J. P. (2009). The hierarchy consistency index: Evaluating personal fit for cognitive diagnostic assessment. *Journal of Educational Measurement*.
- Cui, Y., Leighton, J. P., Gierl, M. J., & Hunka, S. M. (2006). The hierarchy consistency index: A person-fit statistic for the attribute hierarchy method. *Centre for Research in Applied Measurement and Evaluation (CRAME)*.

- de la Torre, J., & Karelitz, T. M. (2009). Impact of Diagnosticity on the Adequacy of Models for Cognitive Diagnosis under a Linear Attribute Structure: A Simulation Study. *Journal of Educational Measurement, Volume 46, Issue 4*.
- de la Torre, J., & Lee, Y. S. (2013). Evaluating the Wald test for item-level comparison of saturated and reduced models in cognitive diagnosis. *Journal of Educational Measurement, 50(4)*, 335-373.
- de la Torre, J., Hong, Y., & Deng, W. (2010). Factors affecting the item parameter estimation and classification accuracy of the DINA model. *Journal of Educational Measurement, 47*, 227 - 249.
- Delandshere, G. (1990). Diagnostic assessment procedures. In H. Walberg, & G. Haertel, *The Handbook of Educational Linguistics* (pp. 340 - 343). Oxford: Pergamon Press.
- Gierl, M. J., Alves, C., & Majeau, R. T. (2010). Using the Attribute Hierarchy Method to make diagnostic inferences about examinees' knowledge and skills in mathematics: An Operational Implementation of Cognitive Diagnostic Assessment. *international Journal of Testing, 318-341*.
- Gierl, M. J., Leighton, J. P., & Hunka, S. (2000). Exploring the logic of Tatsuoka's rule-space model for test development and analysis. *Educational Measurement: Issues and Practice*, 34-44.
- Gierl, M., Leighton, J., Wang, C., Zhou, J., Gokiert, R., & Tan, A. (2009). *Validating cognitive models of task performance in algebra the SAT*. New York: The College Board: (Research Report 2009-3).
- Gierl, M., Wang, C., & Zhou, J. (2008). Using the attribute hierarchy method to make diagnostic inference about examinees' cognitive skills in algebra on the SAT. *Journal of Technology, Learning and Assessment*.
- Gipps, C. V. (1995). *Beyond testing: Toward a theory of educational assessment*. London: Burgess Science.
- Gorin, J. (2006). The design with cognition in mind. *Educational Measurement: Issues and Practice*.
- Hopkins, C. D., & Antes, R. L. (1990). *Classroom Measurement and Evaluation*. Virginia: F.E. Peacock.

- Ketterlin, L., Jung, E., Geller, J., & Yovanoff, Y. (2008). Project DIVIDE instrument development (Tech. Rep. No. 08-10). *College of Education, Behavioral Research and Teaching. Eugene, OR: University of Oregon.*
- Khalid, M., & Embong, Z. (2020). Sources and Possible Causes of Errors and Misconceptions in Operations of Integers. *INTERNATIONAL ELECTRONIC JOURNAL OF MATHEMATICS EDUCATION.*
- Kuchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variable. *Mathematics in School, 23-26.*
- Leighton, J., Cui, Y., & Cor, M. (2009). Testing expert-based and student-based cognitive models: An application of the AHM and HCI. *Applied Measurement in Education.*
- Leighton, J. P., Gierl, M. J., & Hunks, S. M. (2004). The attribute hierarchy method for cognitive assessment: A variation on Tatsuoka's rule-space approach. *Journal of Educational Measurement.*
- Leighton, J., & Gierl, M. (2007). Defining and evaluating models of cognition used in educational measurement to make inferences about examinees' thinking process. *Educational Measurement: Issues and Practice.*
- Lynn, M. (1986). Determination and Quantification of Content Validity Index. *Nursing Research, 382-386.*
- Makonye, J. P., & Fakude, J. (2016). A Study of Errors and Misconceptions in the Learning of Addition and Subtraction of Directed Numbers in Grade 8. *SAGE Open, 1-10.*
- Mislevy, R. J., & Bock, R. D. (1990). *BILOG 3 Item analysis and test scoring with binary logistic models.* Scientific Software.
- Nichols, P., & Joldersma, K. (2008). Review of cognitive diagnostic assessment for education: Theory and applications by Leighton, J.P., & Gierl, M.J. *Journal of Educational Measurement.*
- Payne, S. J., & Squibb, H. R. (1990). Algebra Mal-Rules and Cognitive Accounts of Error. *Cognitive Science 14, 4450481.*
- Polit, D. F., & Beck, C. T. (2006). The content validity index: Are you sure you know what's being reported? critique and recommendations. *Research in Nursing & Health.*

- Roberts, M., & Gierl, M. (2010). Developing score reports for cognitive diagnostic assessment. *Educational Measurement: Issue and Practice*.
- Rojas, G., de la Torre, J., & Olea, J. (2012). Choosing between general and specific cognitive diagnosis models when the sample size is small. Paper presented at the meeting of the National Council on Measurement in Education, Vancouver, British Columbia, Canada.
- Rupp, A. A., & Templin, J. (2008). The effects of Q-matrix misspecification on parameter estimates classification accuracy in the DINA model. *Education and Psychological Measurement*, 78-96.
- Snow, R. E., & Lohman, D. F. (1989). Implications of cognitive psychology for educational measurement. *Education Measurement*, 263-331.
- Tatsuoka, K. (1983). Rule Space: An approach for dealing with misconception based on item response theory. *Journal of Educational Measurement*, 20, 345-354.
- Tatsuoka, K. K. (1984). Caution indices based on item response theory. *Psychometrika* 49, 95-110.
- Tatsuoka, K. K., & Tatsuoka, M. M. (1981). Spotting incorrect rules in signed-number arithmetic by the individual consistency index. *Computerized Adaptive Testing and Measurement*.
- Vinner, S., Hershkowitz, R., & Bruckheimer, M. (1981). Some cognitive factors as causes of mistake in the addition of fractions. *Journal of Research in Mathematics Education*, 12(1), 70-76.
- Ye, F. (2005). Diagnostic assessment of Urban middle school student learning of pre-algebra patterns. 272.



ภาคผนวก

## ภาคผนวก ก

## แบบทดสอบเพื่อสำรวจสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียวที่นักเรียนทำผิดพลาดมากที่สุด

## คำชี้แจง

1. แบบทดสอบเป็นแบบแสดงวิธีทำ ให้นักเรียนแสดงวิธีทำอย่างละเอียด
2. กำหนดให้  $x$  เป็นตัวแปรหรือตัวไม่ทราบค่า ให้นักเรียนแสดงวิธีหาค่า  $x$  ที่ทำให้สมการเป็นจริง
3. หากคำตอบของสมการไม่เป็นจำนวนเต็ม จงตอบในรูปเศษส่วนอย่างต่ำ

## จงแก้สมการต่อไปนี้

1.  $x - 1 = 9$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ .....

2.  $x - 12 = 4$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ .....

3.  $x + \frac{3}{5} = \frac{18}{5}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ .....

4.  $x + \frac{2}{11} = \frac{24}{11}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

คำตอบ .....







## ภาคผนวก ข

## แบบทดสอบเชิงวินิจฉัยทางพุทธิปัญญาเรื่องการแก้สมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว

กำหนดสมการเชิงเส้นตัวแปรเดียว  $ax + b = c$  โดยมีค่า  $a$ ,  $b$  และ  $c$  ตามรูปแบบต่อไปนี้

รูปแบบที่ 6 แสดงลำดับชั้นคุณลักษณะ เมื่อ  $a$  เป็นจำนวนเต็มบวก  $b$  อยู่ในรูปเศษส่วนของจำนวนเต็มบวก และ  $c$  เป็นจำนวนเต็มลบ

รูปแบบที่ 6	A1.3	A2.4	A3.4	A4.1	A5.2	A5.4
A1.3	0	0	1	0	0	0
A2.4	0	0	0	0	0	1
A3.2	0	0	0	0	1	0
A4.1	0	0	0	0	1	0
A5.2	0	0	0	0	0	0
A5.4	0	0	0	0	0	0

ตารางแสดงความสัมพันธ์ระหว่างคุณลักษณะและข้อคำถามในรูปแบบที่ 6

ข้อที่	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
A1.3	1	0	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1	0	1	0	1	1	1	1
A2.4	0	1	1	0	1	0	0	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1
A3.2	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	1	0	1	1
A4.1	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1
A5.2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1
A5.4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1





จงตอบคำถามต่อไปนี้

11. จงแก้สมการ  $x + \frac{1}{2} = -3$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

คำตอบ .....

12. ถ้า  $x + \frac{1}{4} = -2$  แล้ว  $x \div 3$  มีค่าเท่าใด

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

คำตอบ .....

13. จงแก้สมการ  $6x = -\frac{48}{7}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

คำตอบ .....

14. จงแก้สมการ  $2x = \frac{-3-1}{5}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

คำตอบ .....

15. ถ้า  $5(x+2) = -\frac{45}{7}$

แล้ว  $x + 2$  มีค่าเท่าใด

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

คำตอบ .....

16. จงแก้สมการ  $5x = -2 - \frac{1}{2}$

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

คำตอบ .....



**ประวัติผู้เขียน**

ชื่อ	นายอาลี ทองคำวงศ์
วันเดือนปีเกิด	28 ธันวาคม 2533
วุฒิการศึกษา	ปีการศึกษา 2555: วิทยาศาสตรบัณฑิต มหาวิทยาลัยมหิดล
ตำแหน่ง	วิทยากรอิสระ
ประสบการณ์ทำงาน	2559 – ปัจจุบัน ผู้ก่อตั้งบริษัท มีมาเนีย เอนเตอร์เทน मेंท์ จำกัด 2558 – ปัจจุบัน วิทยากรอิสระ

